

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO – UNIFESP  
ESCOLA PAULISTA DE POLÍTICA, ECONOMIA E NEGÓCIOS – EPPEN  
BACHARELADO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS

GABRIEL ANDRADE VARGA

**Estimação da Provisão de Sinistros Ocorridos e  
Não Avisados (IBNR) com Aplicação em Dados de  
Seguro DPVAT**

**OSASCO**

**2019**

GABRIEL ANDRADE VARGA

**Estimação da Provisão de Sinistros Ocorridos e Não  
Avisados (IBNR) com Aplicação em Dados de Seguro DPVAT**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado ao Departamento de Ciências Atuariais da Escola Paulista de Política, Economia e Negócios da Universidade Federal de São Paulo, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Marcelo Monteiro da Rocha

OSASCO

2019

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais, Jair de Arruda Varga e Maria Saturnino de Andrade, por todo o apoio e incentivo, direto ou indireto, financeiro ou moral, durante minha graduação. Sem o sacrifício deles talvez eu não tivesse conseguido nem ingressar numa Universidade Pública.

Agradeço a minha companheira Luana de Camargo Santos por ser esta pessoa especial que me apoiou e me compreendeu em momentos que nem eu acreditava mais em mim. Muito obrigado pela paciência e compreensão nos dias que eu fiquei longe de você para poder realizar este trabalho.

Por fim, agradeço ao meu orientador professor Doutor Francisco Marcelo Monteiro da Rocha pelo apoio, pela ajuda e pelos ensinamentos não só durante a elaboração deste trabalho, mas sim durante toda minha trajetória acadêmica. Muito obrigado por sempre instigar o senso crítico e a vontade de conhecimento em seus alunos.

*O homem não é nada além daquilo que a educação faz dele.*

*Immanuel Kant*

# Resumo

As provisões técnicas são de estrita importância para o funcionamento saudável do mercado segurador. Elas correspondem aos diversos compromissos financeiros futuros de empresas cujo produto é o risco. Uma provisão subdimensionada faz com que a empresa não consiga arcar com seus compromissos, levando-a a uma situação de insolvência. Uma companhia insolvente gera instabilidade em todo o mercado. Já uma provisão superdimensionada gera a uma reserva de capital excessiva que poderia estar sendo utilizada para outra finalidade. O objetivo deste trabalho foi de calcular a quantidade de sinistros para a Provisão de Sinistros Ocorridos e Não Avisados (*Incurring But Not Reported – IBNR*), devido a sua dificuldade de mensuração e influência no resultado da seguradora. Para isto, foram comparados três métodos de mensuração da quantidade estimada de sinistros que ocorreram e não foram avisados: Chain Ladder, Mack Chain Ladder e Modelo Linear Generalizado de Poisson. A aplicação destes métodos se deu num conjunto de dados real do Seguro de Danos Pessoais Causados por Veículos Automotores de Via Terrestre (DPVAT), cobertura morte, do período de 2001 até 2011. Após o comparativo dos três métodos, foi notado que eles resultaram na mesma quantidade de sinistros ocorridos e não avisados, diferenciando apenas no valor do erro-padrão.

**Palavras-chave:** IBNR, Provisões Técnicas, Triângulo de Run-Off, Chain Ladder, Mack Chain Ladder, MLG de Poisson

# Abstract

Technical provisions are of utmost importance for the healthy functioning of the insurance market. They correspond to the various future financial commitments of companies whose product is risk. An undersized provision makes the company unable to meet its commitments, leading to insolvency. An insolvent company generates instability throughout the market. On the other hand, an oversized provision generates an excessive capital reserve that could be being used for another purpose. The objective of this study was to calculate the number of claims for the Incurred But Not Reported (IBNR), due to its difficulty of measurement and influence on the insurer's result. For this, three methods of measuring the estimated amount of claims that occurred and were not reported were compared: Chain Ladder, Mack Chain Ladder and Generalized Linear Model with Poisson Distribution. These methods were applied to a real data set of the Mandatory Personal Injury caused by Motor Vehicle (DPVAT), death coverage, from 2001 to 2011. After comparing the three methods, it was noted that they resulted in the same number of claims occurred and not reported, differing only in the value of the standard error.

**Keywords:** IBNR, Technical Provisions, Run-Off Triangle, Chain Ladder, Mack Chain Ladder, Poisson Distribution MLG

# Lista de ilustrações

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 – Variabilidade da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . . | 23 |
| Figura 2 – Desenvolvimento dos sinistros ocorridos do conjunto de dados do seguro DPVAT, cobertura morte. . . . .            | 29 |
| Figura 3 – Desenvolvimento dos sinistros ocorridos do conjunto de dados do seguro DPVAT, cobertura morte. . . . .            | 30 |
| Figura 4 – Variabilidade da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo MCL. . . . .             | 32 |

# Lista de tabelas

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Distribuição de sinistros ocorridos e avisados no ano 0 do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . .            | 14 |
| Tabela 2 – Distribuição de sinistros ocorridos e avisados no ano 1 do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . .            | 14 |
| Tabela 3 – Triângulo de <i>run-off</i> parcial do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . .                                | 15 |
| Tabela 4 – Triângulo de <i>run-off</i> geral . . . . .   | 16 |
| Tabela 5 – Triângulo de <i>run-off</i> incremental do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . .                            | 17 |
| Tabela 6 – Triângulo de <i>run-off</i> acumulado do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . .                              | 18 |
| Tabela 7 – Fatores de desenvolvimento ano a ano do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . .                               | 19 |
| Tabela 8 – Triângulo de <i>run-off</i> acumulado completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance. . . . .                     | 19 |
| Tabela 9 – Resultados da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance pelo CL. . . . .              | 20 |
| Tabela 10 – Resultados da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance pelo MCL. . . . .            | 22 |
| Tabela 11 – Resultados da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance pelo MLG de Poisson. . . . . | 26 |
| Tabela 12 – Triângulo de <i>run-off</i> incremental do seguro DPVAT, cobertura morte . . . . .   | 28 |
| Tabela 13 – Triângulo de <i>run-off</i> acumulado do seguro DPVAT, cobertura morte. . . . .  | 28 |
| Tabela 14 – Fatores de desenvolvimento dos sinistros ocorridos do conjunto de dados do seguro DPVAT, cobertura morte. . . . .                  | 29 |
| Tabela 15 – Triângulo de <i>Run-Off</i> acumulado dos sinistros ocorridos da carteira de DPVAT, cobertura morte . . . . .                      | 30 |
| Tabela 16 – Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo CL. . . . .                                  | 31 |
| Tabela 17 – Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo MCL. . . . .                                 | 32 |
| Tabela 18 – Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo modelo de Poisson. . . . .                   | 33 |
| Tabela 19 – Tabela resumo dos Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelos três modelos. . . . .     | 34 |



# Sumário

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO</b>                                 | <b>9</b>  |
| <b>2</b>   | <b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>                        | <b>11</b> |
| <b>2.1</b> | <b>Provisões Técnicas</b>                         | <b>11</b> |
| 2.1.1      | Tipos de Provisões Técnicas                       | 12        |
| <b>2.2</b> | <b>Triângulos de Desenvolvimento de Sinistros</b> | <b>13</b> |
| <b>2.3</b> | <b>Metodologias para Estimação de provisões</b>   | <b>16</b> |
| 2.3.1      | Chain Ladder Básico                               | 16        |
| 2.3.2      | Mack Chain Ladder                                 | 20        |
| 2.3.3      | Modelo Linear Generalizado de Poisson             | 23        |
| <b>3</b>   | <b>APLICAÇÃO COM DADOS REAIS</b>                  | <b>27</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Chain Ladder Básico</b>                        | <b>29</b> |
| <b>3.2</b> | <b>Mack Chain Ladder</b>                          | <b>31</b> |
| <b>3.3</b> | <b>Modelo Linear Generalizado de Poisson</b>      | <b>33</b> |
| <b>3.4</b> | <b>Comparativo entre os modelos</b>               | <b>33</b> |
| <b>4</b>   | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>                       | <b>35</b> |
|            | <b>REFERÊNCIAS</b>                                | <b>36</b> |
|            | <b>ANEXOS</b>                                     | <b>37</b> |
|            | <b>ANEXO A – CÓDIGOS EM R</b>                     | <b>38</b> |

# 1 Introdução

Um seguro é constituído quando uma pessoa ou uma empresa, denominada de segurado, faz pagamentos, mediante contrato previamente estabelecido, de prêmios para uma empresa seguradora. Esta é obrigada a ressarcir economicamente o segurado caso ocorra o prejuízo devido a riscos cobertos no contrato.

Para que a seguradora possa efetuar a reparação econômica de seus clientes, ela pega parte dos prêmios pagos pelos segurados e investe estes recursos em aplicações financeiras diversas. A outra parte do capital é destinada a reserva técnica da seguradora. A reserva técnica é um tipo de reserva onde parte dos prêmios acumulados são guardados, com base em provisões técnicas, que são valores constituídos para que a seguradora possa arcar com seus compromissos futuros (MANO; FERREIRA, 2009).

Existem diversos tipos de provisões técnicas e também diversas maneiras de efetuar o cálculo destas. Mano e Ferreira (2009) explanam que a seguradora deve ter provisões muito bem dimensionadas para que esta possa cumprir com todas as suas obrigações perante o segurado e também aos seus investidores.

Nem todas as provisões são simples de mensurar. Existem sinistros que ocorrem e demoram para ser avisados, seja por desconhecimento da apólice por parte do beneficiário ou até por motivos inerentes ao negócio. Estes sinistros são chamados de Sinistros Ocorridos e Não Avisados (do inglês *Incurred But Not Reported - IBNR*). A seguradora, ao final do período fiscal, tem que estimar a quantidade destes tipos de sinistros para poder realizar suas apurações de resultados. Além destes, a seguradora também lida com os sinistros que ocorreram, foram comunicados mas ainda não foram regularizados. Estes são chamados de Sinistros Relatados e Não Liquidados (do inglês *Reported But Not Settled - RBNS*).

Na literatura atuarial e estatística existem diversos métodos, sejam estes determinísticos ou estocásticos, para o cálculo das provisões técnicas de sinistros IBNR e RBNS, cada uma levando a resultados diversos, devido a utilização de diferentes metodologias e pressupostos. Os métodos determinísticos geram parâmetros pontuais das reservas enquanto que os métodos estocásticos (paramétricos ou não paramétricos) geram além das previsões individuais, o erro padrão dessas previsões (GUERRERO, 2015). Cada método possui suas vantagens e desvantagens, que devem ser observadas e tratadas pelo atuário técnico responsável da seguradora.

Este trabalho tem como objetivo estimar a quantidade de sinistros da Provisão de Sinistros Ocorridos e Não Avisados (IBNR) utilizando três métodos diferentes: Chain Ladder Básico, Mack Chain Ladder e Modelo Linear Generalizado de Poisson.

Para isto, além da explicação teórica de cada modelo, será feita uma aplicação prática

dos mesmos em um conjunto de dados brasileiro do Seguro de Danos Pessoais Causados por Veículos Automotores de Via Terrestre (DPVAT).

Os softwares utilizados serão: R para a estimação dos modelos e o Microsoft Excel 2016 para o tratamento e organização dos dados e elaboração de gráficos. No [Apêndice A](#) consta os códigos necessários para executar a modelagem descrita neste trabalho.

## 2 Referencial Teórico

### 2.1 Provisões Técnicas

As provisões técnicas correspondem aos diversos compromissos financeiros futuros de empresas cujo produto é o risco envolvido para com os seus clientes e / ou participantes. Essas empresas podem ser seguradoras, entidades de previdência privada aberta ou fechadas, empresas de capitalização, entre outras (MANO; FERREIRA, 2009).

Os valores das provisões técnicas são alocados no passivo das empresas e são formados pelo valor de prêmios pagos pelos clientes em relação aos riscos e custos assumidos pelas mesmas. É importante notar que, segundo Filho (2014), em teoria, estas empresas devem manter o equilíbrio patrimonial. O ganho esperado deve ser suficiente para equilibrar o acontecimento decorrente do risco ocorrido e as provisões técnicas são um meio de garantir a solvência da mesma.

Existe uma discussão no meio atuarial a respeito da terminologia que deve ser utilizada: reservas ou provisões. Para sanar esta dúvida, recorremos à contabilidade. Franco (1996) diz que as reservas são a constituição de uma parte da distribuição dos lucros das empresas para reforçar o capital, evitando que o mesmo seja afetado por resultados negativos futuros. As provisões, diferentemente das reservas, são aquelas que se destinam a um capital disponível para atender as despesas previstas ou previsíveis que ocorrerão no futuro.

Portanto, a terminologia que atende aos princípios da contabilidade é provisões técnicas e não reservas técnicas. Este conceito é apenas válido no Brasil, pois a nomenclatura pode variar em outras regiões. Por exemplo, na Inglaterra, a palavra reservas é utilizada com o mesmo significado de provisões técnicas.

As provisões técnicas são de extrema importância na gestão das empresas que assumem riscos. Portanto, a alocação e o cálculos destas devem ser feitos com extrema cautela. Caso isso não ocorra, elas podem ser subestimadas ou superestimadas.

Se as provisões que foram calculadas estão superdimensionadas, elas comprometem a distribuição de lucros e dividendos das empresas. Além disto, elas geram um custo indireto chamado custo de capital, pois o excesso de provisão resulta numa parte do capital adicional dos acionistas rentabilizando menos que o esperado (MANO; FERREIRA, 2009).

Quando as provisões técnicas estão subdimensionadas, a empresa pode entrar numa situação muito grave, chamada de insolvência. Isto significa que como a empresa provisionou um valor abaixo do necessário com base no seu risco tomado, ela pode não conseguir arcar com seus compromissos futuros, indo a falência. A quebra de uma empresa cujo produto é o risco gera

uma instabilidade em todo o mercado e também cria uma insegurança em todos os consumidores destes tipos de produtos (MANO; FERREIRA, 2009).

Uma boa provisão irá garantir que a seguradora consiga quitar todas suas dívidas e também fará com que esta não reserve muito capital acima dos valores reais das suas obrigações. A grande dificuldade está em mensurar, com o menor erro possível, a dimensão destas provisões.

Cada tipo de risco deve ter provisões específicas aderente ao negócio realizado. As provisões de uma empresa que realiza seguro de vida são diferentes de uma que realiza um seguro de automóvel e são diferentes do que uma empresa que realiza a gestão de um fundo de pensão.

No Brasil, a SUSEP (Superintendência de Seguros Privados)<sup>1</sup> é uma Autarquia vinculada ao Ministério da Economia que é responsável pelo controle e fiscalização dos mercados de seguro, de previdência privada aberta, de capitalização e de resseguro. Ela delimita quais são as provisões que as companhias devem realizar e qual o período de envio das mesmas.

A PREVIC (Superintendência Nacional de Previdência Complementar)<sup>2</sup> é a responsável por delimitar as provisões das entidades fechadas de previdência complementar (EFPC) e a ANS (Agência Nacional de Saúde Suplementar) é quem regula e supervisiona as provisões dos planos privados de saúde.

### 2.1.1 Tipos de Provisões Técnicas

O artigo 6 da Circular Susep nº 517/15, elaborado pela Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), afirma que são necessárias algumas provisões específicas para o funcionamento legal das seguradoras e das Entidades Abertas de Previdência Complementar. São estas:

Art. 6.º Para garantia de suas operações, as seguradoras e EAPC deverão, observado o Anexo I, constituir, mensalmente, as seguintes provisões técnicas, quando necessárias:

- I – Provisão de Prêmios Não Ganhos (PPNG);
- II – Provisão de Sinistros a Liquidar (PSL);
- III – Provisão de Sinistros Ocorridos e Não Avisados (IBNR);
- IV – Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBAC);
- V – Provisão Matemática de Benefícios Concedidos (PMBC);
- VI – Provisão Complementar de Cobertura (PCC);
- VII – Provisão de Despesas Relacionadas (PDR);
- VIII – Provisão de Excedentes Técnicos (PET);
- IX – Provisão de Excedentes Financeiros (PEF); e
- X – Provisão de Resgates e Outros Valores a Regularizar (PVR).

As provisões podem ser agrupadas por:

<sup>1</sup> <<http://www.susep.gov.br/menu/a-susep/apresentacao>>

<sup>2</sup> <<http://www.previc.gov.br/aceso-a-informacao/institucional>>

- Provisões de prêmios (PPNG);

A Provisão de Prêmios Não Ganhos (PPNG) representa o valor esperado que a empresa deve pagar com relação a despesas e sinistros a ocorrer. Nela os prêmios são reconhecidos na medida em que vão sendo pagos.

- Provisões de sinistros (PSL e IBNR);

A Provisão de Sinistros a Liquidar (PSL) representa o valor da soma estimada para os sinistros já avisados e ainda pendentes de liquidação.

A Provisão de Sinistros Ocorridos e Não Avisados (IBNR) representa a estimativa dos valores de sinistros que já ocorreram, mas ainda não foram avisados.

- Provisões matemáticas (PMBAC e PMBC);

A Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBAC) representa a diferença entre o valor atual dos benefícios futuros e o valor atual das contribuições futuras de uma Entidade Aberta de Previdência Complementar (EAPC).

A Provisão Matemática de Benefícios Concedidos (PMBC) representa o valor atual dos compromissos da EAPC para com o beneficiário durante o período de pagamento de benefícios.

- Outras provisões.

## 2.2 Triângulos de Desenvolvimento de Sinistros

Numa seguradora, é comum existir um atraso entre a data de ocorrência de um sinistro e a definição final do valor que a empresa deverá pagar para o segurado. Também pode haver um atraso entre a ocorrência e o aviso do sinistro, por parte do segurado, para a seguradora.

Estes fatores devem ser considerados pela companhia para ela poder calcular com a maior exatidão possível as suas provisões técnicas. Em outras palavras, isto significa que a seguradora deve se atentar para o desenvolvimento dos seus sinistros. Geralmente, a organização deste tipo de dado é feita com base no ano do acidente. A palavra “acidente” é utilizada com o sentido de ocorrência do sinistro.

Fixando um ano de ocorrência (ano de acidente) do sinistro, podemos verificar o desenvolvimento dos mesmos que foram pagos / ocorridos num ramo ou carteira de uma seguradora num determinado período (medido em anos ou meses).

Utilizando o conjunto de dados de sinistros do ramo de automóveis da seguradora Royal & Sun Alliance, retirado do artigo de [Verrall, Nielsen e Jessen \(2010\)](#), temos que, num ano de ocorrência denominado como 0, a distribuição de sinistros ocorridos e avisados no segmento de RCF-V (Responsabilidade Civil Facultativa de Veículos) é:

Tabela 1 – Distribuição de sinistros ocorridos e avisados no ano 0 do segmento de RCF-V da seguradora Royal &amp; Sun Alliance.

| Ano de ocorrência | Atraso do aviso | Ano de aviso | Quantidade de Sinistros Ocorridos |
|-------------------|-----------------|--------------|-----------------------------------|
| 0                 | 0               | 0            | 6.238                             |
| 0                 | 1               | 1            | 831                               |
| 0                 | 2               | 2            | 49                                |
| 0                 | 3               | 3            | 7                                 |
| 0                 | 4               | 4            | 1                                 |
| 0                 | 5               | 5            | 1                                 |
| 0                 | 6               | 6            | 2                                 |
| 0                 | 7               | 7            | 1                                 |
| 0                 | 8               | 8            | 2                                 |
| 0                 | 9               | 9            | 3                                 |

Fonte: [Verrall, Nielsen e Jessen \(2010\)](#)

A quantidade de sinistros que ocorreram no ano 0 e foram avisados até o final do ano 0 são de 6.238 sinistros. Já a quantidade de sinistros que ocorreram no ano 0 e só foram avisados até o final do ano 1 são de 831 sinistros. Seguindo esta mesma lógica, temos 3 sinistros que ocorreram no ano 0 e foram avisados até o final do 9.

Fixando o ano 1 como o ano de ocorrência, a distribuição dos sinistros ocorridos e avisados pode ser observada abaixo:

Tabela 2 – Distribuição de sinistros ocorridos e avisados no ano 1 do segmento de RCF-V da seguradora Royal &amp; Sun Alliance.

| Ano de ocorrência | Atraso do aviso | Ano de aviso | Quantidade de Sinistros Ocorridos |
|-------------------|-----------------|--------------|-----------------------------------|
| 1                 | 0               | 1            | 7.773                             |
| 1                 | 1               | 2            | 1.381                             |
| 1                 | 2               | 3            | 23                                |
| 1                 | 3               | 4            | 4                                 |
| 1                 | 4               | 5            | 1                                 |
| 1                 | 5               | 6            | 3                                 |
| 1                 | 6               | 7            | 1                                 |
| 1                 | 7               | 8            | 1                                 |
| 1                 | 8               | 9            | 3                                 |

Fonte: [Verrall, Nielsen e Jessen \(2010\)](#)

Houveram 7.773 sinistros ocorridos e avisados até o final do ano 1, 1.381 sinistros que

ocorreram no ano 1 mas só foram avisados até o final do ano 2 e utilizando o mesmo conceito, 3 sinistros ocorridos no ano 1 contudo avisados até o final do ano 9.

É notável que conforme existem vários anos de ocorrência de sinistros, este modo de visualização de desenvolvimento dos mesmos dificulta a compreensão da real situação da carteira. Para contornar esta dificuldade, são utilizados os chamados triângulos de *run-off* (triângulos de desenvolvimento de sinistros). Um triângulo de *run-off* é feito com os desenvolvimentos dos sinistros de diversos anos de acidente (anos de ocorrência).

O triângulo de *run-off* é muito útil e utilizado no dia a dia das empresas seguradoras. Segundo [Martin \(2015\)](#), ele pode ter diversos tamanhos, dependendo do tipo do seguro. Por exemplo, uma carteira um seguro de automóvel se desenvolve mais rapidamente do que uma carteira de seguro de aviação, portanto o triângulo de *run-off* desse segmento teria menos anos de desenvolvimento. É trabalho do Atuário responsável pela estimação da provisão verificar a qualidade dos dados e a quantidade de informação disponível para poder ter uma estimativa confiável dos sinistros futuros.

Conforme o exemplo da [Tabela 1](#) e da [Tabela 2](#), o triângulo de *run-off* da distribuição de sinistros ocorridos e avisados da seguradora Royal & Sun Alliance do segmento de RCF-V é dado por:

Tabela 3 – Triângulo de *run-off* parcial do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance.

| Ano de Ocorrência | Ano de Desenvolvimento |       |    |   |   |   |   |   |   |   |
|-------------------|------------------------|-------|----|---|---|---|---|---|---|---|
|                   | 0                      | 1     | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2008              | 6.238                  | 831   | 49 | 7 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 2009              | 7.773                  | 1.381 | 23 | 4 | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 |   |

Fonte: [Verrall, Nielsen e Jessen \(2010\)](#)

De modo geral, podemos escrever o triângulo de *run-off* de  $n$  dimensões com o seguinte formato:



Tabela 4 – Triângulo de *run-off* geral.

| Ano de Ocorrência | Ano de Desenvolvimento |           |             |             |             |           |
|-------------------|------------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|-----------|
|                   | 0                      | 1         | 2           | 3           | ...         | J         |
| 1                 | $S_{1,0}$              | $S_{1,1}$ | $S_{1,2}$   | $S_{1,3}$   | ...         | $S_{1,J}$ |
| 2                 | $S_{2,0}$              | $S_{2,1}$ | $S_{2,2}$   | ...         | $S_{2,J-1}$ |           |
| 3                 | $S_{3,0}$              | $S_{3,1}$ | ...         | $S_{3,J-3}$ |             |           |
| 4                 | $S_{4,0}$              | ...       | $S_{4,J-4}$ |             |             |           |
| ⋮                 | ⋮                      | ⋮         |             |             |             |           |
| I                 | $S_{I,0}$              |           |             |             |             |           |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste trabalho, para questões de notação, o valor de sinistros incrementais é denotado por  $S_{i,j}$  e o de sinistros acumulados é por  $C_{i,j}$ , onde o índice  $i$  representa o ano de ocorrência do sinistro e o índice  $j$  representa o ano de desenvolvimento. O índice  $I$  representa o ano máximo de ocorrência do sinistro na base e por fim o índice  $J$  representa o ano máximo de desenvolvimento do triângulo.

## 2.3 Metodologias para Estimação de provisões

Numa seguradora, as formas mais básicas de estimação do volume dos sinistros são as metodologias determinísticas. Conforme [Martin \(2015\)](#), para a utilização destas, é necessário que tenha um profissional que conheça a fundo o desenvolvimento do sinistros da carteira da empresa para que este possa tomar decisões mais assertivas.

Métodos determinísticos não tem uma distribuição estatística como base e são extremamente sensíveis a mudança do perfil histórico dos dados. Entretanto, estes têm a vantagem de serem mais simples de ser implantados e se bem ajustados, conseguem gerar ótimos resultados. Para segmentos de seguros menos voláteis, os métodos determinísticos são grandes aliados para a elaboração das provisões de sinistros.

### 2.3.1 Chain Ladder Básico

O método de estimação de um triângulo de desenvolvimento por Chain Ladder (CL) é uma das ferramentas mais utilizadas por profissionais da área de provisões. Este assume que a tendência do desenvolvimento dos sinistros é razoavelmente similar conforme os diferentes anos de origem. Portanto, são utilizados os dados de sinistros passados para estimar os futuros.

Para ilustrar o método, será utilizado o triângulo de *run-off* incremental da quantidade de sinistros ocorridos e avisados do ramo de automóveis da seguradora Royal & Sun Alliance, disponibilizado pelos autores [Verrall, Nielsen e Jessen \(2010\)](#):

Tabela 5 – Triângulo de *run-off* incremental do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance.

| Ano de Ocorrência | Ano de Desenvolvimento |       |    |    |   |   |   |   |   |   |
|-------------------|------------------------|-------|----|----|---|---|---|---|---|---|
|                   | 0                      | 1     | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0                 | 6.238                  | 831   | 49 | 7  | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 1                 | 7.773                  | 1.381 | 23 | 4  | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 |   |
| 2                 | 10.306                 | 1.093 | 17 | 5  | 2 | 0 | 2 | 2 |   |   |
| 3                 | 9.639                  | 995   | 17 | 6  | 1 | 5 | 4 |   |   |   |
| 4                 | 9.511                  | 1.386 | 39 | 4  | 6 | 5 |   |   |   |   |
| 5                 | 10.023                 | 1.342 | 31 | 16 | 9 |   |   |   |   |   |
| 6                 | 9.834                  | 1.424 | 59 | 24 |   |   |   |   |   |   |
| 7                 | 10.899                 | 1.503 | 84 |    |   |   |   |   |   |   |
| 8                 | 11.954                 | 1.704 |    |    |   |   |   |   |   |   |
| 9                 | 10.989                 |       |    |    |   |   |   |   |   |   |

Fonte: [Verrall, Nielsen e Jessen \(2010\)](#)

Neste temos disponível os sinistros que ocorreram e já foram comunicados à seguradora (parte superior do mesmo). O objetivo da estimação pelo método CL é obter uma previsão da quantidade de sinistros que ocorreram, mas não foram avisados (parte inferior do triângulo, em cinza).

A essência do CL é a realização de diversas médias aritméticas entre os diferentes Anos de Desenvolvimento para a criação dos chamados Fatores de Desenvolvimento ( $f_j$ ), onde o índice  $j$  representa o ano de desenvolvimento que está sendo estimado. Isto implica que os sinistros ocorridos mas não avisados (IBNR) serão estimados com base no resultado destes fatores.

Para a utilização desta ferramenta, é necessário que os dados do triângulo estejam em sua forma acumulada. A forma acumulada é dada pela soma recorrente dos valores de sinistros incrementais dos anos de ocorrência  $i$  e desenvolvimento  $j$ . Por exemplo, para o triângulo da [Tabela 5](#), a quantidade de sinistros acumuladas do ano de ocorrência 0 e desenvolvimento 1 ( $C_{0,1}$ ) é dada por:

$$C_{0,1} = S_{0,0} + S_{0,1}$$

$$C_{0,1} = 6.238 + 831 = 7.069$$

$$C_{0,1} = 7.069$$

Após a aplicação desta lógica, temos o resultado do triângulo acumulado na [Tabela 6](#):

Tabela 6 – Triângulo de *run-off* acumulado do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance.

| Ano de Ocorrência | Ano de Desenvolvimento |        |        |        |        |        |        |        |       |       |
|-------------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|
|                   | 0                      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8     | 9     |
| 0                 | 6.238                  | 7.069  | 7.118  | 7.125  | 7.126  | 7.127  | 7.129  | 7.130  | 7.132 | 7.135 |
| 1                 | 7.773                  | 9.154  | 9.177  | 9.181  | 9.182  | 9.185  | 9.186  | 9.187  | 9.190 |       |
| 2                 | 10.306                 | 11.399 | 11.416 | 11.421 | 11.423 | 11.423 | 11.425 | 11.427 |       |       |
| 3                 | 9.639                  | 10.634 | 10.651 | 10.657 | 10.658 | 10.663 | 10.667 |        |       |       |
| 4                 | 9.511                  | 10.897 | 10.936 | 10.940 | 10.946 | 10.951 |        |        |       |       |
| 5                 | 10.023                 | 11.365 | 11.396 | 11.412 | 11.421 |        |        |        |       |       |
| 6                 | 9.834                  | 11.258 | 11.317 | 11.341 |        |        |        |        |       |       |
| 7                 | 10.899                 | 12.402 | 12.486 |        |        |        |        |        |       |       |
| 8                 | 11.954                 | 13.658 |        |        |        |        |        |        |       |       |
| 9                 | 10.989                 |        |        |        |        |        |        |        |       |       |

Fonte: Verrall, Nielsen e Jessen (2010)

Conforme Wuthrich e Merz (2008), o modelo básico de CL segue as seguintes hipóteses:

- Os sinistros acumulados (denotados por  $C_{i,j}$ ) de diferentes anos de ocorrência (ou acidente)  $i$  são independentes;
- Caso existam fatores de desenvolvimento  $f_0, f_1, \dots, f_{J-1} > 0$  para todos  $0 \leq i \leq I$  e  $1 \leq j \leq J$ , então temos:  $E[C_{i,j}|C_{i,0}, \dots, C_{i,j-1}] = E[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = f_{j-1}C_{i,j-1}$ .

O fator do primeiro ano de desenvolvimento  $f_1$  é dado pela soma das nove entradas da coluna correspondente ao primeiro ano de desenvolvimento dividido pelas nove entradas da coluna correspondente ao ano de desenvolvimento 0:

$$f_1 = \frac{7.069 + 9.154 + 11.399 + 10.634 + 10.897 + 11.365 + 11.258 + 12.402 + 13.658}{6.238 + 7.773 + 10.306 + 9.639 + 9.511 + 10.023 + 9.834 + 10.899 + 11.954}$$

$$f_1 = 1,1353$$

Executando este mesmo procedimento para o fator de desenvolvimento do segundo ano  $f_2$  temos:

$$f_2 = \frac{7.118 + 9.177 + 11.416 + 10.651 + 10.936 + 11.396 + 11.317 + 12.486}{7.069 + 9.154 + 11.399 + 10.634 + 10.897 + 11.365 + 11.258 + 12.402}$$

$$f_2 = 1,0038$$

Repetindo os cálculos para todos os anos de desenvolvimento, será gerada uma tabela com todos os fatores:

Tabela 7 – Fatores de desenvolvimento ano a ano do segmento de RCF-V da seguradora Royal &amp; Sun Alliance.

| $f_1$  | $f_2$  | $f_3$  | $f_4$  | $f_5$  | $f_6$  | $f_7$  | $f_8$  | $f_9$  |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1,1353 | 1,0038 | 1,0009 | 1,0003 | 1,0003 | 1,0002 | 1,0001 | 1,0003 | 1,0004 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Boland (2007) afirma que a forma básica do CL utiliza os fatores de desenvolvimento ano a ano para estimar um triângulo de *run-off* completo e conseqüentemente, os valores dos Sinistros Ocorridos e Não Avisados (IBNR). Conforme pode-se observar, este segmento (RCF-V) tem um desenvolvimento muito rápido de sua carteira de sinistros. Existem poucos sinistros que são desenvolvidos após 3 anos. Isto resulta em fatores muito próximos de 1.

Com a utilização dos fatores, a quantidade de sinistros que ocorreram no ano 1 mas só foram avisados até o final do ano 9 é dada por:  $9.190 \times f_9 = 9.190 \times 1,0004 = 9.194$  sinistros. O número de sinistros que ocorreram no ano 2 mas só foram avisados até o final do ano 8 é:  $11.427 \times f_8 = 11.427 \times 1,0003 = 11.431$  sinistros. Já o número dos que foram avisados até o final do ano 9 é:  $11.431 \times f_9 = 11.431 \times 1,0004 = 11.435$ .

O triângulo completo com as quantidades de sinistros estimados está na Tabela 8. Com base nele, os próximos passos a serem tomados são: calcular o total de sinistros que a seguradora terá ao final de cada ano de desenvolvimento (*Ultimate Claims*) e o total de sinistros ocorridos e não avisados (IBNR) por cada ano de desenvolvimento. O resumo consta na Tabela 9.

Tabela 8 – Triângulo de *run-off* acumulado completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance.

| Ano de Ocorrência | Ano de Desenvolvimento |               |               |               |               |               |               |               |               |               |
|-------------------|------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|                   | 0                      | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             | 7             | 8             | 9             |
| 0                 | 6.238                  | 7.069         | 7.118         | 7.125         | 7.126         | 7.127         | 7.129         | 7.130         | 7.132         | 7.135         |
| 1                 | 7.773                  | 9.154         | 9.177         | 9.181         | 9.182         | 9.185         | 9.186         | 9.187         | 9.190         | <b>9.194</b>  |
| 2                 | 10.306                 | 11.399        | 11.416        | 11.421        | 11.423        | 11.423        | 11.425        | 11.427        | <b>11.431</b> | <b>11.435</b> |
| 3                 | 9.639                  | 10.634        | 10.651        | 10.657        | 10.658        | 10.663        | 10.667        | <b>10.669</b> | <b>10.672</b> | <b>10.676</b> |
| 4                 | 9.511                  | 10.897        | 10.936        | 10.940        | 10.946        | 10.951        | <b>10.954</b> | <b>10.955</b> | <b>10.959</b> | <b>10.963</b> |
| 5                 | 10.023                 | 11.365        | 11.396        | 11.412        | 11.421        | <b>11.424</b> | <b>11.427</b> | <b>11.429</b> | <b>11.432</b> | <b>11.437</b> |
| 6                 | 9.834                  | 11.258        | 11.317        | 11.341        | <b>11.345</b> | <b>11.348</b> | <b>11.351</b> | <b>11.352</b> | <b>11.356</b> | <b>11.361</b> |
| 7                 | 10.899                 | 12.402        | 12.486        | <b>12.497</b> | <b>12.502</b> | <b>12.505</b> | <b>12.508</b> | <b>12.510</b> | <b>12.514</b> | <b>12.519</b> |
| 8                 | 11.954                 | 13.658        | <b>13.710</b> | <b>13.722</b> | <b>13.727</b> | <b>13.731</b> | <b>13.734</b> | <b>13.736</b> | <b>13.740</b> | <b>13.746</b> |
| 9                 | 10.989                 | <b>12.476</b> | <b>12.523</b> | <b>12.534</b> | <b>12.539</b> | <b>12.542</b> | <b>12.545</b> | <b>12.547</b> | <b>12.551</b> | <b>12.556</b> |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 9 – Resultados da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal &amp; Sun Alliance pelo CL.

| Ano de Ocorrência | IBNR  | Ultimate |
|-------------------|-------|----------|
| 0                 | 0     | 7.135    |
| 1                 | 4     | 9.194    |
| 2                 | 8     | 11.435   |
| 3                 | 9     | 10.676   |
| 4                 | 12    | 10.963   |
| 5                 | 16    | 11.437   |
| 6                 | 20    | 11.361   |
| 7                 | 33    | 12.519   |
| 8                 | 88    | 13.746   |
| 9                 | 1.567 | 12.556   |
| Total             | 1.757 | 111.022  |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Caso a tendência de ocorrência dos sinistros se mantenha, com base na [Tabela 9](#), a seguradora Royal & Sun Alliance deve esperar no total 1.757 sinistros que ocorreram mas não foram avisados. É notável que a distribuição majoritária dos mesmos estão no ano de ocorrência 9, pois é neste que temos menos informações disponíveis.

O método de CL não assume que haja nenhum desvio no padrão de ocorrências. Uma possível solução é utilizar uma margem de segurança (para mais ou para menos) com base na experiência do profissional responsável pelas provisões. Dependendo do perfil de risco da seguradora, pode ser necessário provisionar um valor um pouco maior do que o estimado com base nos dados passados.

Outra opção para melhorar a estimação é utilizar diferentes cálculos de fatores de desenvolvimento. [Hindley \(2017\)](#) mostra que além da média entre as colunas dos anos de desenvolvimento, pode se utilizar a média de apenas as colunas mais recentes de desenvolvimento (caso o atuário ache que os anos anteriores não demonstram a realidade da carteira), a média de todos os fatores (criando um único fator para os diferentes anos), entre outros. A escolha de um tipo de cálculo vai depender principalmente do ramo.

### 2.3.2 Mack Chain Ladder

Para suprir o problema da falta de uma margem de segurança do método CL, [Mack \(1993\)](#) criou uma metodologia baseada nos fatores de desenvolvimento obtidos pelo CL que permite o cálculo da variabilidade das estimativas dos Sinistros Ocorridos e Não Avisados (IBNR). Este modelo não tem necessidade de se assumir uma distribuição específica dos dados

(modelo não-paramétrico).

O método de Mack Chain Ladder (MCL) utiliza os mesmos pressupostos básicos do CL. A única diferença é a obtenção da esperança matemática e da variância (e por consequência, o desvio padrão) das quantidades de sinistros IBNR. Para este caso,  $C_{i,j}$  pode ser conceituado como uma variável aleatória (v. a.), onde  $i + j \leq I$  ( $I$  é o máximo de anos de ocorrência do triângulo). Os valores observados no triângulo de *run-off* acumulado são resultantes dessa distribuição.

De acordo com [Wuthrich e Merz \(2008\)](#), o modelo MCL segue as seguintes hipóteses:

- As variáveis aleatórias dos sinistros acumulados (denotados por  $C_{i,j}$ ) de diferentes anos de ocorrência (ou acidente)  $i$  são independentes;
- Caso existam fatores de desenvolvimento  $f_0, f_1, \dots, f_{J-1} > 0$  para todos  $0 \leq i \leq I$  e  $1 \leq j \leq J$ , então temos:  $E[C_{i,j}|C_{i,0}, \dots, C_{i,j-1}] = E[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = f_{j-1} \times C_{i,j-1}$ .
- Existe um parâmetro de variância  $\sigma_j^2 \geq 0$ , que proporciona:

$$E[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = f_{j-1} \times C_{i,j-1} \quad (2.1)$$

$$Var[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = \sigma_{j-1}^2 \times C_{i,j-1} \quad (2.2)$$

Os fatores de desenvolvimentos ( $f_j$ ) e o parâmetro da variância ( $\sigma_j^2$ ) são estimados por:

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}} \quad (2.3)$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2 \quad (2.4)$$

Como no triângulo de *run-off* acumulado não existe dados suficientes para estimar todos os parâmetros da variância para todos os anos de ocorrência, é necessário utilizar a aproximação feita por [Mack \(1993\)](#) para estimar o  $\hat{\sigma}_{I-1}^2$ :

$$\hat{\sigma}_{I-1}^2 = \min \left\{ \frac{\hat{\sigma}_{I-2}^4}{\hat{\sigma}_{I-3}^2}; \min(\hat{\sigma}_{I-3}^2, \hat{\sigma}_{I-2}^2) \right\} \quad (2.5)$$

Os valores da quantidade de sinistros ( $Ultimate_i$ ) e da quantidade de Sinistros Ocorridos e Não Avisados ( $IBNR_i$ ), como tal os seus totais, são estimados pelos fatores de desenvolvimento do método CL apresentado anteriormente. Eles serão idênticos aos calculados na [Tabela 9](#).

Após a obtenção dessas estimativas, deve ser calculado o Erro Quadrático Médio (EQM) para verificar o quando estas podem variar. O Erro Quadrático Médio pode ser definido como

sendo a média da diferença entre o valor do estimador gerado pelo modelo e do parâmetro ao quadrado (MORETTIN; BUSSAB, 2009).

Este é o grande diferencial do MCL em comparativo com o CL. Quando as três hipóteses citadas anteriormente são válidas, Mack (1993) afirma que o EQM de cada ano de ocorrência é dado pela seguinte equação:

$$mse(\widehat{IBNR}_i) = \widehat{C}_{i,I}^2 \sum_{j=I-i-1}^{I-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{\widehat{f}_j^2} \left( \frac{1}{\widehat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{I-j} C_{k,j}} \right) \quad (2.6)$$

As demonstrações e mais detalhes sobre as equações do MCL estão disponíveis em Mack (1993).

Com a utilização do software estatístico R<sup>3</sup> e do pacote Chain Ladder<sup>4</sup>, a estimação pelo método de MCL da quantidade de sinistros ocorridos e não avisados com os dados do Tabela 6, além do Erro-Padrão e do Coeficiente de Variação (que são derivados do EQM), estão na Tabela 10:

Tabela 10 – Resultados da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance pelo MCL.

| Ano de Ocorrência | IBNR  | Ultimate | Erro Padrão | Coeficiente de Variação |
|-------------------|-------|----------|-------------|-------------------------|
| 0                 | 0     | 7.135    | 0           | 0,00%                   |
| 1                 | 4     | 9.194    | 0,368       | 9,20%                   |
| 2                 | 8     | 11.435   | 0,598       | 7,48%                   |
| 3                 | 9     | 10.676   | 0,699       | 7,77%                   |
| 4                 | 12    | 10.963   | 1,562       | 13,02%                  |
| 5                 | 16    | 11.437   | 2,973       | 18,58%                  |
| 6                 | 20    | 11.361   | 4,572       | 22,86%                  |
| 7                 | 33    | 12.519   | 9,662       | 29,28%                  |
| 8                 | 88    | 13.746   | 29,781      | 33,84%                  |
| 9                 | 1.567 | 12.556   | 237,194     | 15,14%                  |
| Total             | 1.757 | 111.022  | 240,05      | 13,66%                  |

Fonte: Elaborado pelo autor.

E notável que a quantidade de sinistros da Provisão de IBNR ficou exatamente igual a da projetada pelo CL. Isso já era esperado, dado que o MCL utiliza os mesmos coeficientes de desenvolvimento. O coeficiente de variação total ficou em 13,66%. Isto significa que em média o resultado da provisão estimada pode variar em até 13,66% em relação ao parâmetro. Caso a

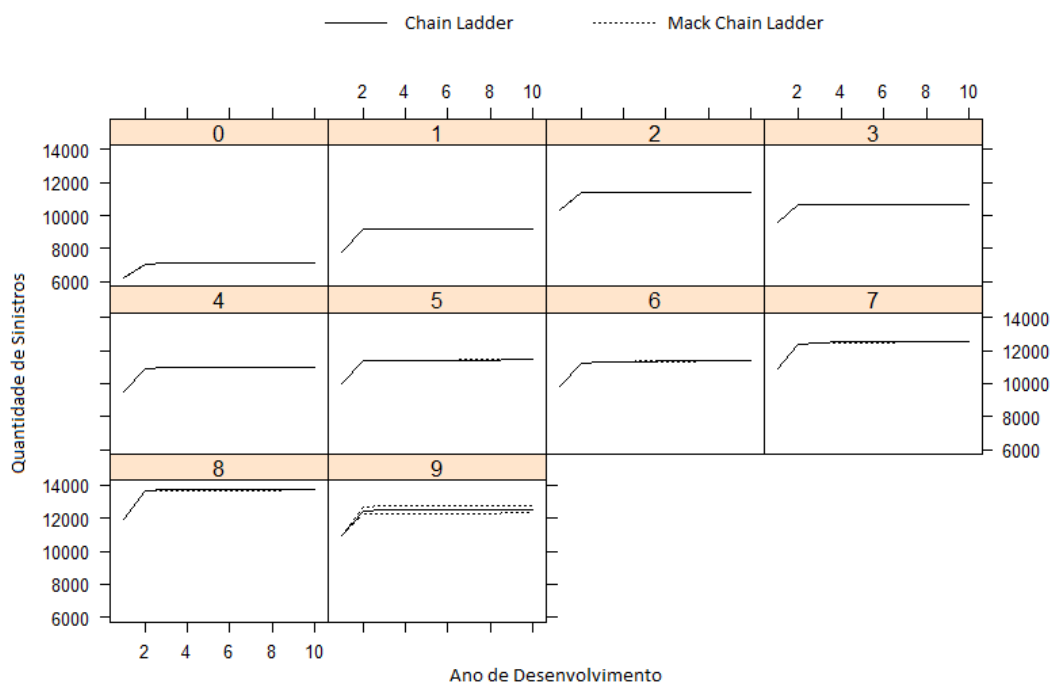
<sup>3</sup> <<https://www.r-project.org/>>

<sup>4</sup> <<https://rdrr.io/cran/ChainLadder/>>

seguradora seja mais conservadora, ela deverá sempre assumir o pior cenário e fazer a reserva do total gerado pelo modelo considerando o coeficiente de variação.

Graficamente, a estimativa pelo MCL assume pouca variação em relação ao total de sinistros gerado pelo CL. Até o oitavo período, a diferença entre utilizar os dois modelos é pouco significativa. No nono período que o MCL tem uma variação mais discrepante. A escolha para qual modelo utilizar será discutida no [Capítulo 3](#).

Figura 1 – Variabilidade da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal & Sun Alliance.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 2.3.3 Modelo Linear Generalizado de Poisson

Além do método de MCL, a estimativa da provisão dos Sinistros Ocorridos e Não Avisados pode ser com a ajuda dos Modelos Lineares Generalizados (MLG). Para dados onde ocorre uma contagem (no caso deste trabalho, contagem de sinistros), pode-se utilizar a distribuição de Poisson.

Esta distribuição tem como função de probabilidade:

$$P(Y = y) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}, y = 0, 1, 2, \dots \tag{2.7}$$



Esperança:

$$E(Y) = \mu \quad (2.8)$$

Variância:

$$Var(Y) = \mu \quad (2.9)$$

A grande limitação que a distribuição Poisson tem para a estimação de sinistros é que ela só assume valores inteiros não-negativos. Portanto, caso haja um triângulo de *run-off* com valores de sinistros negativos, não se deve utilizar este método para a criação da provisão. Nestes casos, o ideal é que os valores negativos sejam substituídos por zero, caso isso não acarrete na perda significativa dos dados.

Ao utilizar a distribuição de Poisson com os dados reais de sinistros, nem sempre a  $Var(Y)$  será igual a  $E(Y)$ . Normalmente ela é maior do que a esperança ( $Var(Y) > E(Y)$ ). Quando isto ocorre, dizemos que os dados sofrem de sobredispersão e é necessário fazer um ajuste na estimação do modelo. Neste trabalho, os dados utilizados sofrem desta condição.

O modelo de Poisson é um MLG que é utilizado na literatura atuarial para estimar as provisões de IBNR. É um modelo paramétrico que assume que todos os dados do triângulo de *run-off* seguem uma distribuição de probabilidade de Poisson. Com este, é possível alcançar resultados muito próximos ou exatamente iguais para a quantidade de sinistros ocorridos e não avisados comparando com o CL e o MCL estimados anteriormente, contudo a diferença está na variabilidade oferecida por esta distribuição.

Diferente do CL e do MCL, o modelo de Poisson necessita que o triângulo esteja em sua forma incremental. Ele pode ser descrito por:  $T_{incremental} = X_{i,j}$ , sendo  $X_{i,j}$  as v.a.'s que representam cada quantidade de sinistro, conforme o ano de ocorrência (i) e o ano de desenvolvimento (j).

Supondo que  $X_{i,j}$  tenham distribuição de probabilidade de Poisson e que estas sejam independentes, a esperança e a variância (com um coeficiente de sobredispersão) serão descritas por:

$$E(X_{i,j}) = \mu_{i,j} \quad (2.10)$$

$$Var(X_{i,j}) = \phi \mu_{i,j} \quad (2.11)$$

Além disso, para a estruturação do MLG, é necessário a criação de um preditor linear para a estimação (PAULA, 2013). Conforme a ligação canônica de Poisson, temos:

$$\eta_{i,j} = \log(\mu_{i,j}) = \mu + \alpha_i + \beta_j, 0 \leq i \leq I, 0 \leq j \leq I - i \quad (2.12)$$

É assumido que  $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ . Isto significa que a quantidade de sinistros para o ano de acidente  $i = 0$  é igual a zero, pois já temos disponíveis todos os dados deste ano no triângulo, não sendo necessária a estimação. Os parâmetros  $\mu$ ,  $\alpha_i$  e  $\beta_j$  são estimados por máxima verossimilhança via método de *scores* de Fisher. Adaptado de [Paula \(2013\)](#), temos:

$$\widehat{\mu}_{i,j} = \exp(\widehat{\eta}_{i,j}) = \exp(\widehat{\mu} + \widehat{\alpha}_i + \widehat{\beta}_j), 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq I - i + 1 \quad (2.13)$$

As estimativas para cada ano de acidente dos sinistros ocorridos e não avisados será dado por:

$$\widehat{IBNR}_i = \sum_{j=I-i+1}^I \widehat{\mu}_{i,j}, 1 \leq i \leq I \quad (2.14)$$

A função desvio do modelo de Poisson adaptada para o triângulo, baseado em [Paula \(2013\)](#), é dada por:

$$D = 2 \sum_{i=1}^I X_{i,j} \log \left( \frac{X_{i,j}}{\widehat{\mu}_{i,j}} \right) - (X_{i,j} - \widehat{\mu}_{i,j}), 0 \leq i, j \leq I \quad (2.15)$$

O estimador  $\phi$  de sobredispersão pode ser formulado como ([GUERRERO, 2015](#)):

$$\widehat{\phi} = \frac{D}{I^2 + I + 1} \quad (2.16)$$

Por fim, o erro quadrático médio (EQM) será descrito por:

$$\widehat{EQM}(\widehat{IBNR}_i) = \sum_{j=I-i-1}^I \widehat{\phi} \widehat{\mu}_{i,j} + \sum_{i,j=I-i-1}^I \widehat{\mu}_{i,j}^2 \text{Var}(\widehat{\eta}_{i,j}) + 2 + 2 \sum_{\substack{i_1,j_1=I-i-2, \\ i_2,j_2=I-i-2 \\ i_1,j_1 \neq i_2,j_2}}^I \widehat{\mu}_{i_1,j_1} \widehat{\mu}_{i_2,j_2} \text{Cov}(\widehat{\eta}_{i_1,j_1}, \widehat{\eta}_{i_2,j_2}) \quad (2.17)$$

Tabela 11 – Resultados da estimação do triângulo completo do segmento de RCF-V da seguradora Royal &amp; Sun Alliance pelo MLG de Poisson.

| Ano de Ocorrência | IBNR  | Ultimate | Erro Padrão | Coefficiente de Variação |
|-------------------|-------|----------|-------------|--------------------------|
| 0                 | 0     | 7.135    | 0           | 0,00%                    |
| 1                 | 4     | 9.194    | 10          | 239,66%                  |
| 2                 | 8     | 11.435   | 14          | 173,15%                  |
| 3                 | 9     | 10.676   | 14          | 155,06%                  |
| 4                 | 12    | 10.963   | 15          | 128,30%                  |
| 5                 | 16    | 11.437   | 17          | 107,13%                  |
| 6                 | 20    | 11.361   | 18          | 91,81%                   |
| 7                 | 33    | 12.519   | 23          | 69,54%                   |
| 8                 | 88    | 13.746   | 35          | 39,83%                   |
| 9                 | 1.567 | 12.556   | 145         | 9,27%                    |
| Total             | 1.757 | 111.022  | 181         | 10,31%                   |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a estimação do triângulo incremental com os dados da [Tabela 5](#), é verificável que o MLG de Poisson simula os resultados também gera a mesma quantidade de sinistros ocorridos e não avisados (IBNR) do que o CL ([Tabela 9](#)) e o MCL ([Tabela 10](#)). A diferença está no erro padrão e no coeficiente de variação entre este e o MCL. O modelo de Poisson tem valores do coeficiente de variação em cada ano de ocorrência superiores ao MLC. Contudo, o valor total é menor, demonstrando que a variabilidade da estimação também é menor.

### 3 Aplicação com dados reais

Para a elaboração da parte aplicada deste trabalho, foram utilizados dados da quantidade de sinistros ocorridos do Seguro de Danos Pessoais Causados por Veículos Automotores de Via Terrestre (DPVAT) do período de 2001 até 2011, cobertura morte, retirados de [Macedo \(2015\)](#).

O DPVAT é um seguro de Danos Pessoais (isto é, não cobre despesas de Danos Materiais) de vítimas de acidentes causados por veículos automotores em vias terrestres. Este existe desde 1974 e foi criado pela Lei nº 6.194/74 (alterada pelas Leis 8.441/92, 11.482/07 e 11.945/09). É um seguro obrigatório e de cunho social com a finalidade de amparar as pessoas que sofreram acidentes de trânsito em todo o território nacional, não importando quem foi que causou o acidente.

O Conselho Nacional de Seguros Privados - CNSP, com o objetivo de melhorar o seguro DPVAT, determinou a criação de dois Consórcios. Estes são responsáveis pelas indenizações e pelo recebimento das reclamações provenientes da sociedade brasileira. A administradora destes consórcios é a Seguradora Líder-DPVAT, que é uma Companhia de capital nacional, constituída pelas seguradoras participantes dos consórcios, instituída pela Portaria nº 2.797/07.

Este tipo de seguro tem atualmente três coberturas:

- Morte: Se a vítima venha a óbito decorrente do acidente, os seus beneficiários terão direito ao recebimento de uma indenização;
- Invalidez Permanente: Se a vítima venha a desenvolver invalidez permanente em virtude do acidente, ela terá direito ao recebimento de uma indenização e
- Despesas de Assistência Médica e Suplementares (DAMS): Se a vítima do acidente de trânsito necessitar de tratamento médico, ela terá direito ao reembolso das despesas hospitalares.

Todos os proprietários de veículos devem pagar prêmios anuais para custear as despesas com os sinistros dessa modalidade de seguro. As indenizações são pagas a todos os envolvidos no acidente, conforme o limite máximo de indenização da apólice.

A distribuição dos sinistros está na [Tabela 12](#) em sua forma incremental e na [Tabela 13](#) em forma acumulada:

Tabela 12 – Triângulo de *run-off* incremental do seguro DPVAT.

| Ano de Ocorrência | Ano de desenvolvimento |        |       |       |     |     |     |    |    |    |    |
|-------------------|------------------------|--------|-------|-------|-----|-----|-----|----|----|----|----|
|                   | 0                      | 1      | 2     | 3     | 4   | 5   | 6   | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 2001              | 21.939                 | 8.584  | 1.175 | 494   | 330 | 135 | 85  | 75 | 37 | 23 | 20 |
| 2002              | 23.060                 | 9.269  | 1.274 | 691   | 252 | 161 | 138 | 81 | 27 | 29 |    |
| 2003              | 20.969                 | 8.999  | 1.776 | 751   | 306 | 216 | 108 | 60 | 46 |    |    |
| 2004              | 19.113                 | 10.993 | 2.120 | 1.118 | 447 | 224 | 97  | 79 |    |    |    |
| 2005              | 22.943                 | 8.868  | 1.891 | 1.082 | 395 | 159 | 103 |    |    |    |    |
| 2006              | 23.653                 | 8.248  | 1.986 | 939   | 238 | 179 |     |    |    |    |    |
| 2007              | 24.029                 | 10.815 | 2.005 | 791   | 261 |     |     |    |    |    |    |
| 2008              | 26.911                 | 9.708  | 1.377 | 784   |     |     |     |    |    |    |    |
| 2009              | 27.179                 | 9.177  | 1.657 |       |     |     |     |    |    |    |    |
| 2010              | 29.894                 | 11.353 |       |       |     |     |     |    |    |    |    |
| 2011              | 31.647                 |        |       |       |     |     |     |    |    |    |    |

Fonte: Adaptado de Macedo (2015).

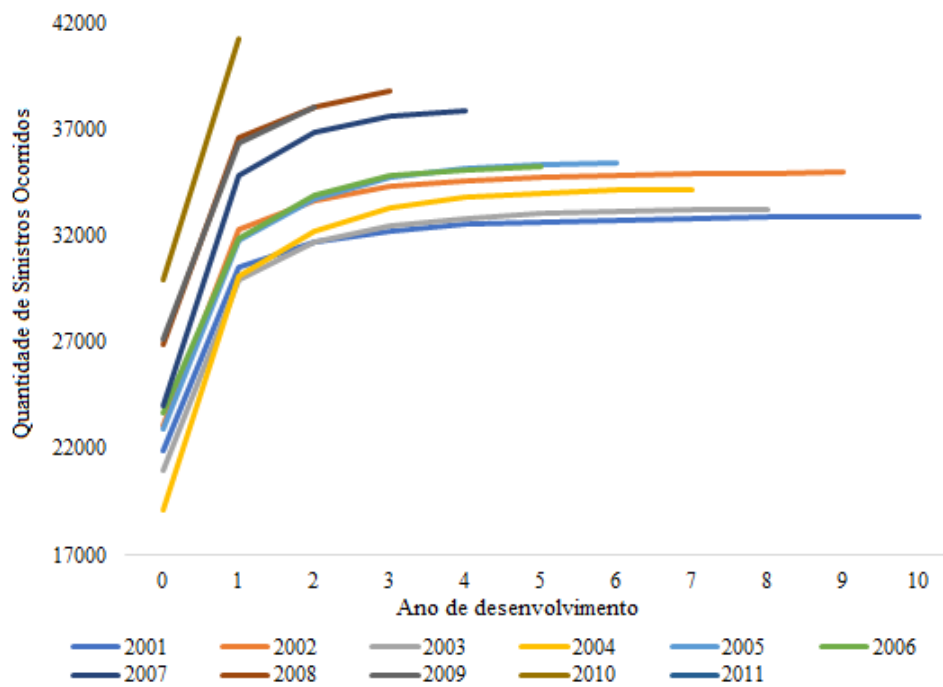
Tabela 13 – Triângulo de *run-off* acumulado do seguro DPVAT.

| Ano de Ocorrência | Ano de desenvolvimento |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                   | 0                      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
| 2001              | 21.939                 | 30.523 | 31.698 | 32.192 | 32.522 | 32.657 | 32.742 | 32.817 | 32.854 | 32.877 | 32.897 |
| 2002              | 23.060                 | 32.329 | 33.603 | 34.294 | 34.546 | 34.707 | 34.845 | 34.926 | 34.953 | 34.982 |        |
| 2003              | 20.969                 | 29.968 | 31.744 | 32.495 | 32.801 | 33.017 | 33.125 | 33.185 | 33.231 |        |        |
| 2004              | 19.113                 | 30.106 | 32.226 | 33.344 | 33.791 | 34.015 | 34.112 | 34.191 |        |        |        |
| 2005              | 22.943                 | 31.811 | 33.702 | 34.784 | 35.179 | 35.338 | 35.441 |        |        |        |        |
| 2006              | 23.653                 | 31.901 | 33.887 | 34.826 | 35.064 | 35.243 |        |        |        |        |        |
| 2007              | 24.029                 | 34.844 | 36.849 | 37.640 | 37.901 |        |        |        |        |        |        |
| 2008              | 26.911                 | 36.619 | 37.996 | 38.780 |        |        |        |        |        |        |        |
| 2009              | 27.179                 | 36.356 | 38.013 |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 2010              | 29.894                 | 41.247 |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 2011              | 31.647                 |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |

Fonte: Adaptado de Macedo (2015).

O desenvolvimento da carteira de sinistros do seguro DPVAT é mais acentuado até o terceiro ano de atraso, como podemos observar no gráfico da Figura 2. O *delay* a partir do quarto ano pode ser explicado por decorrência de desconhecimento do direito da indenização por parte dos beneficiários da cobertura do seguro. Além disto, até 2003, o beneficiário tinha até 20 anos para dar entrada na indenização. No entanto, para acidentes ocorridos após 11 de janeiro de 2003, o prazo geral para solicitar a indenização é de até 3 anos, exceto para a cobertura de invalidez. É importante notar que existem exceções para estes prazos.

Figura 2 – Desenvolvimento dos sinistros ocorridos do conjunto de dados do seguro DPVAT, cobertura morte.



Fonte: Elaborado pelo autor com dados de Macedo (2015).

### 3.1 Chain Ladder Básico

A Tabela 14 contém os fatores de desenvolvimento ano a ano, com base na utilização do método de Chain Ladder (descrito na subseção 2.3.1) do conjunto de dados:

Tabela 14 – Fatores de desenvolvimento dos sinistros ocorridos do conjunto de dados do seguro DPVAT, cobertura morte.

| $f_1$  | $f_2$  | $f_3$  | $f_4$  | $f_5$  | $f_6$  | $f_7$  | $f_8$  | $f_9$  | $f_{10}$ |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 1,4006 | 1,0518 | 1,0245 | 1,0093 | 1,0053 | 1,0031 | 1,0022 | 1,0011 | 1,0008 | 1,0006   |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a estimação dos fatores, o triângulo de *run-off* acumulado completo dos sinistros da carteira de DPVAT, cobertura morte, pode ser elaborado:

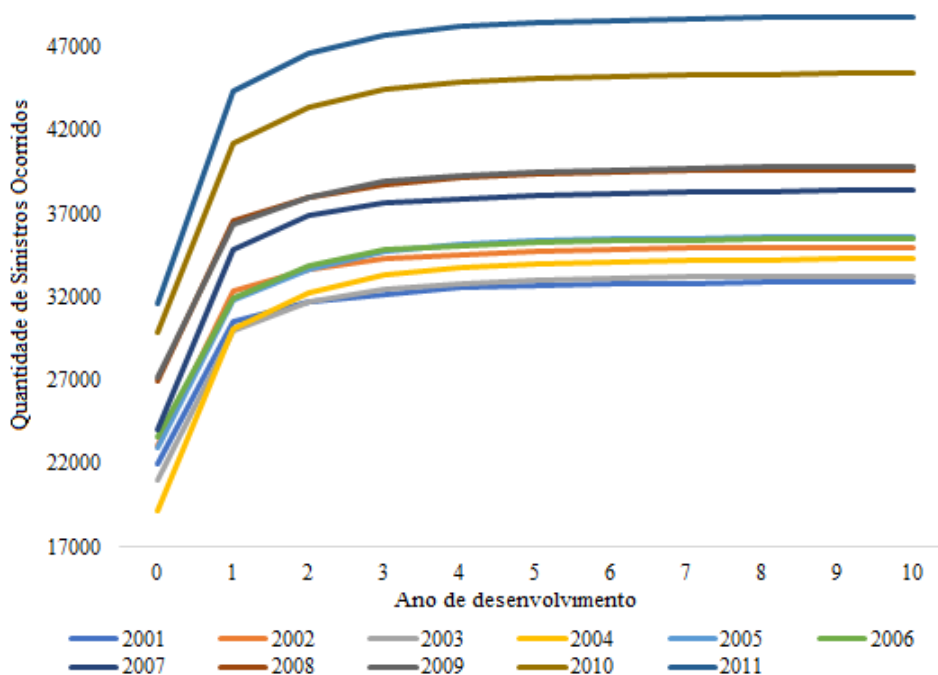
Tabela 15 – Triângulo de *Run-Off* acumulado dos sinistros ocorridos da carteira de DPVAT, cobertura morte

| Ano de Ocorrência | Ano de desenvolvimento |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |  |
|-------------------|------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--|
|                   | 0                      | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             | 7             | 8             | 9             | 10            |  |
| 2001              | 21.939                 | 30.523        | 31.698        | 32.192        | 32.522        | 32.657        | 32.742        | 32.817        | 32.854        | 32.877        | 32.897        |  |
| 2002              | 23.060                 | 32.329        | 33.603        | 34.294        | 34.546        | 34.707        | 34.845        | 34.926        | 34.953        | 34.982        | <b>35.003</b> |  |
| 2003              | 20.969                 | 29.968        | 31.744        | 32.495        | 32.801        | 33.017        | 33.125        | 33.185        | 33.231        | <b>33.256</b> | <b>33.277</b> |  |
| 2004              | 19.113                 | 30.106        | 32.226        | 33.344        | 33.791        | 34.015        | 34.112        | 34.191        | <b>34.228</b> | <b>34.255</b> | <b>34.275</b> |  |
| 2005              | 22.943                 | 31.811        | 33.702        | 34.784        | 35.179        | 35.338        | 35.441        | <b>35.519</b> | <b>35.557</b> | <b>35.585</b> | <b>35.606</b> |  |
| 2006              | 23.653                 | 31.901        | 33.887        | 34.826        | 35.064        | 35.243        | <b>35.353</b> | <b>35.431</b> | <b>35.469</b> | <b>35.496</b> | <b>35.518</b> |  |
| 2007              | 24.029                 | 34.844        | 36.849        | 37.640        | 37.901        | <b>38.101</b> | <b>38.220</b> | <b>38.303</b> | <b>38.345</b> | <b>38.375</b> | <b>38.398</b> |  |
| 2008              | 26.911                 | 36.619        | 37.996        | 38.780        | <b>39.141</b> | <b>39.347</b> | <b>39.470</b> | <b>39.556</b> | <b>39.600</b> | <b>39.630</b> | <b>39.654</b> |  |
| 2009              | 27.179                 | 36.356        | 38.013        | <b>38.943</b> | <b>39.306</b> | <b>39.513</b> | <b>39.636</b> | <b>39.723</b> | <b>39.766</b> | <b>39.797</b> | <b>39.821</b> |  |
| 2010              | 29.894                 | 41.247        | <b>43.385</b> | <b>44.447</b> | <b>44.860</b> | <b>45.096</b> | <b>45.237</b> | <b>45.336</b> | <b>45.386</b> | <b>45.421</b> | <b>45.448</b> |  |
| 2011              | 31.647                 | <b>44.324</b> | <b>46.621</b> | <b>47.762</b> | <b>48.207</b> | <b>48.461</b> | <b>48.612</b> | <b>48.719</b> | <b>48.772</b> | <b>48.809</b> | <b>48.839</b> |  |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Graficamente, conforme a [Figura 3](#), temos que a tendência estimada de crescimento dos sinistros ocorridos a partir do terceiro ano de desenvolvimento é muito baixa. Isto ocorre porque o CL parte do pressuposto de que os dados futuros irão ter a mesma direção do que os dados do passado.

Figura 3 – Desenvolvimento dos sinistros ocorridos do conjunto de dados do seguro DPVAT, cobertura morte.



Fonte: Elaborado pelo autor com dados de [Macedo \(2015\)](#).

Caso ocorra uma variação atípica dos dados, esta metodologia de cálculo não conseguirá prever com exatidão e será falha. Para segmentos voláteis, talvez este não seja o mais indicado. Contudo, para segmentos de seguros em que a distribuição se mantenha a mesma conforme os anos, métodos baseados no CL podem gerar previsões realistas.

O resumo da quantidade de sinistros ocorridos e não avisados, além da quantidade total de sinistros ocorridos ao final do período, pelo método de CL, consta na [Tabela 16](#). Podemos esperar que ocorram, em média, 25.164 sinistros que ocorreram mas não foram avisados no final de 2011.

Tabela 16 – Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo CL.

| Ano de Ocorrência | IBNR   | Ultimate |
|-------------------|--------|----------|
| 2001              | 0      | 32.897   |
| 2002              | 21     | 35.003   |
| 2003              | 46     | 33.277   |
| 2004              | 84     | 34.275   |
| 2005              | 165    | 35.606   |
| 2006              | 275    | 35.518   |
| 2007              | 497    | 38.398   |
| 2008              | 874    | 39.654   |
| 2009              | 1.808  | 39.821   |
| 2010              | 4.201  | 45.448   |
| 2011              | 17.192 | 48.839   |
| Total             | 25.164 | 418.737  |

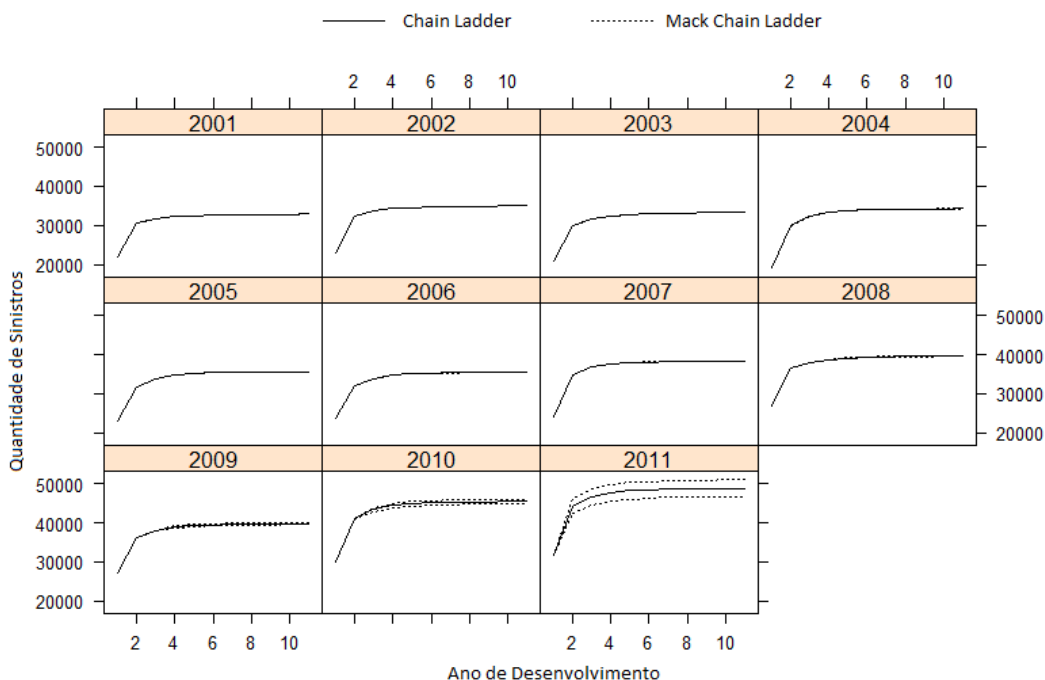
Fonte: Elaborado pelo autor.

## 3.2 Mack Chain Ladder

O método de Mack Chain Ladder (MCL, [subseção 2.3.2](#)) gera a mesma quantidade estimada de sinistros ocorridos e não avisados da [Tabela 15](#) e utiliza os mesmos fatores de desenvolvimento da [Tabela 14](#) (conforme já citado no [Capítulo 2](#)). O ganho na utilização deste modelo é a obtenção de uma margem de segurança para os dados estimados (erro-padrão e coeficiente de variação). O resultado da utilização deste se encontra na [Figura 4](#) e na [Tabela 17](#):



Figura 4 – Variabilidade da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo MCL.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo MCL.

| Ano de Ocorrência | IBNR   | Ultimate | Erro Padrão | Coeficiente de Variação |
|-------------------|--------|----------|-------------|-------------------------|
| 2001              | 0      | 32.897   | 0,00        | 0,00%                   |
| 2002              | 21     | 35.003   | 1,34        | 6,30%                   |
| 2003              | 46     | 33.277   | 3,97        | 8,68%                   |
| 2004              | 84     | 34.275   | 12,84       | 15,22%                  |
| 2005              | 165    | 35.606   | 16,33       | 9,89%                   |
| 2006              | 275    | 35.518   | 26,14       | 9,50%                   |
| 2007              | 497    | 38.398   | 50,17       | 10,10%                  |
| 2008              | 874    | 39.654   | 112,12      | 12,83%                  |
| 2009              | 1.808  | 39.821   | 273,62      | 15,13%                  |
| 2010              | 4.201  | 45.448   | 574,91      | 13,68%                  |
| 2011              | 17.192 | 48.839   | 2.160,80    | 12,57%                  |
| Total             | 25.164 | 418.737  | 2.290,53    | 9,10%                   |

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.3 Modelo Linear Generalizado de Poisson

Por fim, os dados foram estimados com o Modelo Linear Generalizado (MLG) de Poisson (subseção 2.3.3). É justificável a utilização deste, dado que no escopo deste trabalho os dados utilizados são nada mais que contagens de sinistros. Este modelo emula os resultados da provisão de IBNR do método CL e do MCL, diferenciando apenas no erro-padrão e no coeficiente de variação.

Tabela 18 – Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelo modelo de Poisson.

| Ano de Ocorrência | IBNR   | Ultimate | Erro Padrão | Coeficiente de Variação |
|-------------------|--------|----------|-------------|-------------------------|
| 2001              | 0      | 32.897   | 0,00        | 0,00%                   |
| 2002              | 21     | 35.003   | 51,61       | 242,50%                 |
| 2003              | 46     | 33.277   | 69,09       | 151,13%                 |
| 2004              | 84     | 34.275   | 89,51       | 106,12%                 |
| 2005              | 165    | 35.606   | 120,07      | 72,69%                  |
| 2006              | 275    | 35.518   | 150,13      | 54,59%                  |
| 2007              | 497    | 38.398   | 198,79      | 40,00%                  |
| 2008              | 874    | 39.654   | 259,67      | 29,71%                  |
| 2009              | 1.808  | 39.821   | 369,60      | 20,44%                  |
| 2010              | 4.201  | 45.448   | 574,36      | 13,67%                  |
| 2011              | 17.192 | 48.839   | 1355,40     | 7,88%                   |
| Total             | 25.164 | 418.737  | 1756,86     | 6,98%                   |

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4 Comparativo entre os modelos

Comparando os resultados da Tabela 19, vemos que a quantidade da provisão dos sinistros ocorridos e não avisados é a mesma para ambos os modelos. Este fenômeno é explicado porque todos os métodos que foram estudados neste trabalho utilizam a mesma base de fatores de desenvolvimento para o cálculo.

Tabela 19 – Tabela resumo dos Resultados da estimação do triângulo completo da cobertura Morte do seguro DPVAT pelos três modelos.

| Ano de Ocorrência | IBNR (ambos os modelos) | Ultimate (ambos os modelos) | Erro Padrão MCL | Coefficiente de Variação MCL | Erro Padrão MLG | Coefficiente de Variação MLG |
|-------------------|-------------------------|-----------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|
| 2001              | 0                       | 32.897                      | 0,00            | 0,00%                        | 0,00            | 0,00%                        |
| 2002              | 21                      | 35.003                      | 1,34            | 6,30%                        | 51,61           | 242,50%                      |
| 2003              | 46                      | 33.277                      | 3,97            | 8,68%                        | 69,09           | 151,13%                      |
| 2004              | 84                      | 34.275                      | 12,84           | 15,22%                       | 89,51           | 106,12%                      |
| 2005              | 165                     | 35.606                      | 16,33           | 9,89%                        | 120,07          | 72,69%                       |
| 2006              | 275                     | 35.518                      | 26,14           | 9,50%                        | 150,13          | 54,59%                       |
| 2007              | 497                     | 38.398                      | 50,17           | 10,10%                       | 198,79          | 40,00%                       |
| 2008              | 874                     | 39.654                      | 112,12          | 12,83%                       | 259,67          | 29,71%                       |
| 2009              | 1.808                   | 39.821                      | 273,62          | 15,13%                       | 369,60          | 20,44%                       |
| 2010              | 4.201                   | 45.448                      | 574,91          | 13,68%                       | 574,36          | 13,67%                       |
| 2011              | 17.192                  | 48.839                      | 2.160,80        | 12,57%                       | 1.355,40        | 7,88%                        |
| Total             | 25.164                  | 418.737                     | 2.290,53        | 9,10%                        | 1.756,86        | 6,98%                        |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para tomar a decisão de qual metodologia utilizar, é necessário olhar para outros aspectos além da quantidade de IBNR gerada. As medidas que podem ser utilizadas para decisão são o erro-padrão e o coeficiente de variação. Para os dados do seguro DPVAT, como eles seguem a mesma distribuição de crescimento ao longo do tempo, o ideal é utilizar o modelo que tenha menor erro-padrão e conseqüentemente, menor coeficiente de variação (CV).

O MLG de Poisson tem um coeficiente maior quando se observa o índice ano por ano. Este indicador diminuí conforme o ano de ocorrência avança para 2011. No MCL, o coeficiente de variação se mantém com valores próximos, variando pouco em relação aos diversos anos.

Observando o indicador total da quantidade de sinistros ocorridos e não avisados, o MGL de Poisson gera um coeficiente de variação menor em relação ao MCL. Com um modelo com CV menor, a variabilidade da quantidade de sinistros é menor. Isto gera uma segurança maior para a seguradora realizar suas provisões. Olhando por esta ótica, conclui-se que o MLG seria o mais indicado.

## 4 Considerações Finais

Em suma, após o estudo e análise das estimativas dos três modelos aplicados aos dados do seguro DPVAT, cobertura morte, podemos observar que não houve diferença na estimação da quantidade total de sinistros ocorridos e não avisados, o que já era esperado, dado as características dos modelos. Isto reflete, de início, que não haveria diferença em utilizar qualquer um dos modelos para a criação da provisão de IBNR. No final de 2011, o valor a se provisionar seria referente a quantidade de 25.164 sinistros.

A grande diferença entre as metodologias está no coeficiente de variação da estimativa. O Modelo Linear Generalizado de Poisson apresentou um valor menor do coeficiente de variação do que a estimativa pelo Mack Chain Ladder. Isto resultou na escolha deste como melhor método de cálculo da quantidade de sinistros apresentada neste trabalho, dado que uma variabilidade menor das estimativas de sinistros gerará um menor valor de provisão.

Em linhas conclusas, a utilização destes modelos estatísticos não pode ser puramente demandada sem a devida sensibilidade aos dados. Uma seguradora deve ter profissionais que entendam do risco envolvido na carteira e que possam verificar se os fatores de desenvolvimento utilizados nos modelos está aderente ao negócio. Este trabalho utilizou o modelo básico de Chain Ladder para estimar estes fatores. Na prática, o ideal é o Atuário realizar um ajuste específico para cada segmento e para cada empresa.

Por fim, para trabalhos futuros na área atuarial, é interessante a utilização de métodos de estimação que não utilizem apenas um fator de desenvolvimento fixo e que gerem aderência a não só a quantidade de sinistros, mas também ao custo dos sinistros (distribuições de severidade). As provisões de sinistros ocorridos e não avisados são de suma importância para a manutenção da saúde financeira da empresa e por isto devem ser exploradas na literatura.

## Referências

- BOLAND, P. J. *Statistical And Probabilistic Methods In Actuarial Science*. 1. ed. Irlanda: Chapman & Hall / CRC, 2007. 346 p. ISBN 978-1-58488-696-9. Citado na página 19.
- FILHO, A. C. *Cálculo atuarial aplicado: teoria e aplicações: exercícios resolvidos e propostos*. 2. ed. Brasil: Editora Atlas, 2014. 280 p. ISBN 978-85-224-8778-3. Citado na página 11.
- FRANCO, H. *Contabilidade Geral*. 23. ed. Brasil: Editora Atlas, 1996. 408 p. ISBN 978-85-224-1486-4. Citado na página 11.
- GUERRERO, M. B. *Modelos em Provisão de Sinistros*. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade Federal de Uberlândia, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 25.
- HINDLEY, D. *Claims Reserving in General Insurance*. 1. ed. Inglaterra: Cambridge University Press, 2017. 512 p. ISBN 978-1-107-07693-8. Citado na página 20.
- MACEDO, J. F. da C. *Um modelo Poisson-Lognormal para previsão da quantidade IBNR via micro-dados*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 27, 28, 29 e 30.
- MACK, T. Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. *Astin Bulletin*, v. 32, p. 213–225, 1993. Citado 3 vezes nas páginas 20, 21 e 22.
- MANO, C. C. A.; FERREIRA, P. P. *Aspectos Atuariais e Contábeis das Provisões Técnicas*. 1. ed. Brasil: Escola Nacional de Seguros - FUNENSEG, 2009. 432 p. ISBN 978-85-7052-507-9. Citado 3 vezes nas páginas 9, 11 e 12.
- MARTIN, P. R. *Loss Reserving Chain Ladder Methods Applied To A Small Midwestern Insurance Company*. Dissertação (Mestrado em Ciências) — North Dakota State University of Agriculture and Applied Science, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. de O. *Estatística Básica*. 6. ed. Brasil: [s.n.], 2009. 540 p. ISBN 978-1-107-07693-8. Citado na página 22.
- PAULA, G. A. *Modelos de Regressão com apoio Computacional*. 1. ed. Brasil: [s.n.], 2013. 429 p. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.
- VERRALL, R.; NIELSEN, J. P.; JESSEN, A. H. Prediction of rbns and ibnr claims using claim amounts and claim counts. *Astin Bulletin*, v. 40, p. 871–887, 2010. Citado 6 vezes nas páginas 13, 14, 15, 16, 17 e 18.
- WUTHRICH, M. V.; MERZ, M. *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*. 1. ed. Inglaterra: John Wiley & Sons, 2008. 426 p. ISBN 978-0-470-72346-3. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 21.

# Anexos

## ANEXO A – Códigos em R

Nesta seção são descritos os comandos utilizados para a elaboração das análises descritas neste trabalho.

```

#-----
# Triângulos de desenvolvimento de sinistros (Triângulo de Run-Off)
#-----

#-----
# Tratamento dos dados
#-----

# Carregamento das bibliotecas necessárias

library(ChainLadder)

# Importação dos dados

arquivo.csv = "DPVAT.csv"

triangulo = read.csv(arquivo.csv, header = TRUE)

# Caso o triângulo esteja com uma coluna contendo os anos dos sinistros,
# utilize esse comando para ignorar a primeira coluna.
# Se no arquivo csv só conter a quantidade numérica de sinistros,
# ignorar essa etapa

triangulo.2 <- triangulo[,-1]

# Converte os dados para o formato de matriz

triangulo.2 <- as.matrix(triangulo.2)

# Dá nomes as dimensões da matriz (Este comando é necessário caso
# precise deixar a coluna de origem com os anos e não como uma sequência
# numérica).

```

```

dimnames(triangulo.2) <- list(Origem = triangulo[,1],
Desenvolvimento = 1:ncol(triangulo.2))

# Converte os dados para o formato de triângulo
triangulo.2 <- as.triangle(triangulo.2, origin = "Origem",
dev = "Desenvolvimento")

triangulo.2

#-----
# Modelagem
#-----

#-----
# Chain Ladder - Básico
#-----

n = dim(triangulo.2)[1]

# Criação dos fatores de desenvolvimento

f <- sapply((n - 1):1, function(i) {
  sum(triangulo.2[1:i, n - i + 1]) / sum(triangulo.2[1:i, n - i])
})

# Adicionando o fator da última coluna (que é sempre 1) e visualizando
# os fatores

f.ultima.coluna <- 1
f <- c(f, f.ultima.coluna)
f

# Estimção dos sinistros via o método ChainLadder
# Aplicação da fórmula no triângulo

full.triangle <- triangulo.2

for(k in 1:(n - 1)){
  full.triangle[(n - k + 1):n, k + 1] <- full.triangle[(n - k + 1): n, k]
}

```



```
* f[k]
}
full.triangle

# Arredondamento para 0 casas decimais
round(full.triangle, digits = 0)

#-----
# Mack chain-ladder
#-----

# Estimação do triângulo de Run-Off pelo método do Mack

mack_chain <- MackChainLadder(triangulo.2, est.sigma="Mack")
mack_chain

# Visualização dos fatores de desenvolvimentos

mack_chain$f

# Visualização do triângulo completo

mack_chain$FullTriangle

# Arredondamento

round(mack_chain$FullTriangle, digits = 0)

# Gráficos

plot(mack_chain)

plot(mack_chain, lattice=TRUE)

#-----
# Poisson GLM - Over-dispersed Poisson - Triângulo Incremental
#-----
```

---

```
# over-dispersed Poisson: este método reproduz as  
# estimativas do ChainLadder  
fit1 <- glmReserve(triangulo.2, cum = FALSE)  
fit1  
  
summary(fit1, type = "model")
```