

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
ESCOLA DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E SAÚDE NA INFÂNCIA E
NA ADOLESCÊNCIA**

ANTÔNIO ROBERT CHAGAS CONCEIÇÃO

***O CÁLCULO MENTAL PARA ENSINAR: Uma análise dos trabalhos elaborados por
Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995***

**GUARULHOS
2021**

ANTÔNIO ROBERT CHAGAS CONCEIÇÃO

O CÁLCULO MENTAL PARA ENSINAR: Uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995

Texto apresentado à Universidade Federal de São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência.

Orientadora: Profa. Dra. Rosilda dos Santos Morais.

**GUARULHOS
2021**

ANTÔNIO ROBERT CHAGAS CONCEIÇÃO

O CÁLCULO MENTAL PARA ENSINAR: Uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995

Texto apresentado à Universidade Federal de São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência.

Orientadora: Profa. Dra. Rosilda dos Santos Morais.

Aprovada em: _____

Prof.^a Dr.^a Rosilda dos Santos Morais
Universidade Federal de São Paulo, Campos Diadema.

Prof.^a Dr.^a Ivanete Batista dos Santos
Universidade Federal de Sergipe, Campos São Cristóvão.

Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente
Universidade Federal de São Paulo, Campos Guarulhos.

Conceição, Antônio Robert Chagas Conceição.

O Cálculo Mental para Ensinar: Uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995/ Antônio Robert Chagas Conceição. – Guarulhos, 2021. – 98 f.

Dissertação (Mestrado). – Guarulhos: Universidade Federal de São Paulo. Escola de Filosofia, Letras e Humanas, Programa de Pós-Graduação Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2021.

Orientadora: Rosilda dos Santos Morais.

Título em inglês: The Mental Calculus for Teach: An analyse of productions of Maria do Carmo Santos Domite, 1980 – 1995.

1. Cálculo Mental. 2. Saberes para ensinar. 3. Maria do Carmo Santos Domite. 4. Formação de professores. 5. Experts. I. Morais, Rosilda dos Santos. II. Título.

AGRADECIMENTOS

O primeiro agradecimento que faço é ao meu Deus que até aqui tem me sustentado. Ele tem sido o meu refúgio, a minha fortaleza, a minha dose diária de motivação, sem Ele nenhum passo teria sido possível. Ele é a razão dos demais agradecimentos, pois tudo foi por meio dEle.

Minha avó Elizabete sempre me falou que a gente não chega em lugar algum sozinho. De fato, se até aqui cheguei foi porque muitas pessoas especiais estiveram ao meu lado em todo o tempo. Obrigado vó por tantos ensinamentos, por tanto amor para comigo. Como sou privilegiado!

Dessas pessoas especiais, gostaria de agradecer a minha mãe, Suzana, que sempre esteve ao meu lado me incentivando, me motivando, cuidando de mim mesmo eu estando tão distante territorialmente. Obrigado mainha por tanto amor, o seu “bom dia” e o seu “boa noite” faziam toda diferença! Agradeço ao meu pai, Ivanildo, por ser presente, por confiar em mim e incentivar para sempre seguir em frente. Agradeço aos meus irmãos Benjamim, João, Netinho e Sophia por me proporcionarem tamanha alegria, estar com vocês é sempre confortante e enche meu coração de paz e harmonia.

Agradeço à toda minha família por todo o incentivo e por me ensinar que estudar sempre foi e sempre será a melhor opção! Minhas tias Cristiane, Daniela, Helena, Lidiane, Lavínia, Maria, Mirian, Téta e Valquíria. Meus tios Cláudio, Gilson, Lahélio, Marcelo, Tiago e Wilson. Agradeço à minha avó Antonieta, a senhora é meu aconchego, obrigado por tanto! Minha família é o maior presente que Deus me deu, sou muito grato pela vida de cada um!!!

Agradeço aos meus amigos, e graças a Deus são muitos! Meus amigos da igreja, em especial Clélio e Edineide, obrigado por serem tão presentes, obrigado pelas orações e demonstrações de carinho. Agradeço à minha amiga Baby, pelas conversas, sua amizade é muito especial para mim!!! Agradeço também a minha amiga Luciana pelo incentivo, pelo companheirismo, por sempre acreditar em mim mesmo quando eu não acreditava!!!

Agradeço aos amigos que o Atheneu me deu, em especial: Alan, Fernanda, Fernando, Gideilson, Isac, Kelly, Natália, Nívia e Yanca. Obrigado por cada momento de risadas, por cada palavra de incentivo, obrigado por tudo, amo vocês demais!!!

Agradeço também aos meus amigos Alan e Joana por terem sido a primeira porta que se abriu para mim em São Paulo, obrigado pelo cuidado, pela paciência, por serem a minha família em São Paulo! Agradeço à Thay também pelas conversas e pela paciência. Agradeço a Jefferson e André por terem me recebido logo quando cheguei em São Paulo. Agradeço a

Thiago e Ygor por se somarem e aumentarem a minha família paulistana, obrigado pelas conversas, pelo incentivo, por me acolherem tão bem! Agradeço também à Marthinha por ser tão especial, que Deus continue abençoando sua vida!!! Não posso deixar de agradecer a Deoclecia (Kika), responsável pela minha matrícula no mestrado, sem você talvez eu nem teria começado, muito obrigado!!!

De modo geral gostaria de agradecer ao “FAST FOOD”, grupo de WhatsApp que compõe muitos amigos queridos! Agradeço também ao “Turminha da Baby”, também grupo de WhatsApp composto por pessoas muito especiais e que me proporcionam ao longo do caminhar muitos momentos sensacionais!

Não posso deixar de agradecer a professora Ivanete Batista, a senhora é uma inspiração para mim! Obrigado por ser relevante na minha vida e na vida de tantos outros alunos. Meus olhos sempre irão brilhar ao te ver atuar. Obrigado por tamanho cuidado, pelo carinho, por ser tão presente! Obrigado por me apresentar outros caminhos!

Agradeço aos professores Paulo e Gastão por me incentivarem a ir mais longe, pelas palavras, pelos abraços. Vocês são referências para mim tanto de profissional quanto de ser humano!

Agradeço à minha orientadora Rosilda Morais pela paciência, pelas conversas, pelo incentivo, por acreditar em mim, pelo cuidado para comigo, pelas orientações, por toda dedicação! Muito obrigado por tudo!!!

Agradeço ao GHEMAT – SP, em especial aos colegas Ana Basei, Ana Rocha, André, Andréia, Bruna, Jefferson, Relicler, Victor. Agradeço pelas leituras e pelos momentos de aprendizado. Agradeço também pelos momentos de descontração e pelas saídas após as reuniões em Osasco. Agradeço também aos professores Luciane Bertini, Wagner Valente e Rosilda Morais pela condução do grupo e pelos momentos de aprendizado.

Agradeço a banca examinadora composta pelos professores: Dra. Denise Medina, professora Dra. Ivanete Batista e ao professor Dr. Wagner Valente. Muito obrigado pelas contribuições, pela leitura cuidadosa do texto desde a qualificação até o momento da defesa. O olhar de vocês foi fundamental para a realização deste trabalho!

Agradeço a todos que, de forma direta ou indireta, contribuiu para minha chegada até aqui, meu muito obrigado!!!

Agradeço à CAPES pelo financiamento da pesquisa.

“O fato é que a leitura das diferentes temporalidades que fazem que o presente seja o que é, herança e ruptura, invenção ou inércia ao mesmo tempo, continua sendo a tarefa singular dos historiadores e sua responsabilidade principal para com seus contemporâneos.”

Roger Chartier

RESUMO

Esta pesquisa está vinculada ao Projeto Temático “A Matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990” e teve como objetivo analisar o cálculo mental sistematizado por Maria do Carmo Santos Domite para a formação de professores no período de 1980 a 1995. Assim, considerou-se como marco inicial do recorte temporal desta pesquisa o ano em que Domite iniciou sua atuação na Secretaria de Educação Municipal de São Paulo e o seu limite se refere ao ano de publicação do último arquivo referente ao cálculo mental analisado nesta pesquisa. Entre idas e vindas a documentos de diferentes naturezas, constituíram-se em fontes primárias desta pesquisa o "Memorial Acadêmico" de Maria do Carmo Domite; “Curso de Matemática por correspondência” (1988); o artigo “Cálculo mental” (1989); e o texto “Cálculo Mental” (1995). A análise das fontes foi orientada por referências teóricas que consideram o saber profissional docente como tema central da formação e do ensino, quais sejam, Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), Hofstetter e Schneuwly (2017), Bertini, Morais e Valente (2017), entre outros. A partir das análises identificou-se orientações ao professor para o ensino de cálculo mental sistematizadas por Domite, que compreendiam a explicação da solução oral pelo aluno seguida da sistematização escrita das estratégias adotadas, processo, este, que poderia se dar por meio de representações envolvendo um esquema explicativo por meio de agrupamentos não convencionais, como somando os iguais, decompondo e associando convenientemente e, relacionando uma parcela com um número redondo. Por meio dessas orientações era esperado o desenvolvimento, pelo professor, da habilidade de cálculo mental no aluno e, ao mesmo tempo, propiciando a este último contato com as propriedades do sistema de numeração decimal. Uma elaboração teórica dessas orientações permitiu a esta pesquisa caracterizar o cálculo mental sistematizado por Domite como *ferramenta de trabalho* do professor, isto é, um cálculo mental para ensinar o sistema de numeração decimal em tempos em que se advogava em favor de um ensino com compreensão por meio de experiências concretas.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo Mental. *Saberes para ensinar*. Maria do Carmo Santos Domite. Formação de professores. *Experts*.

ABSTRACT

This research is linked to thematic project *A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E NO ENSINO: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990*, and the purpose of this research is to analyse the mental calculus systematized by Maria do Carmo Santos Domite for the teacher training in the period from 1980 to 1995. Thus, the initial point of the time frame is the year that Domite started working at the São Paulo Municipal Education Secretariat and its limit refers to the year of publication of the last file regarding the mental calculus analyzed in this research. The primary sources of this research were the *Memorial Acadêmico* by Maria do Carmo Domite; *Curso de Matemática por correspondência* (1988); the article *Cálculo mental* (1989); and the text *Cálculo Mental* (1995). The analysis of the sources was guided by theoretical contribution that consider the professional knowledge of the teacher as a central theme of training and teaching, like Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), Hofstetter e Schneuwly (2017), Bertini, Morais e Valente (2017). Based on the analyzes, were identified guidelines to the teacher for the teaching of mental calculus systematized by Domite, who understood the explanation of the oral solution by the student followed by the written systematization of the adopted strategies, process, that could take place using representations involving an explanatory scheme from unconventional groupings, as adding the equals, decomposing and conveniently associating and, relating a parcel to a “round number”. Using these procedures, the development of the student's mental calculus skills was expected by the teacher and, at the same time, providing the contact with the properties of the decimal numbering system. A theoretical elaboration of these guidelines allowed this research to characterize the mental calculus systematized by Domite as *a tool for the teacher's work*, that is, a *mental calculus for teach* the decimal numbering system in times when it was advocated in favor of teaching with understanding by concrete experiences.

KEYWORDS: Mental Calculus. Knowledge for teach. Maria do Carmo Santos Domite. Teacher training. Experts.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Maria do Carmo Santos Domite.	33
Figura 2: Agrupamento de grupos de dez bolinhas.	64
Figura 3: Uso do ábaco para a criação de um símbolo para o “nada”.	65
Figura 4: uso do ábaco para a compreensão da técnica operatória da subtração.	70
Figura 5: A propriedade distributiva no cálculo mental	73
Figura 6: Propriedade distributiva de forma particular e de forma genérica.	74
Figura 7: Decomposição adequada para a realização do cálculo mental.	78
Figura 8: Uso de materiais.	83
Figura 9: Representação com o material base 10.	84
Figura 10: O trabalho de sequências com o material base 10.	84
Figura 11: O “material base 10” para a compreensão da técnica na multiplicação.	86
Figura 12: Exemplos de exercícios escritos.	91
Figura 13: Exercícios escritos.	91
Figura 14: Labirintos.	92

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: Trabalhos encontradas na BDTD.	37
QUADRO 2: Trabalhos encontradas no Banco de Teses e Dissertações da Capes.	37
QUADRO 3: organização do módulo 1.	62
QUADRO 4: organização do módulo 2.	63
QUADRO 5: organização do módulo 3.	66
QUADRO 6: organização do módulo 4.	68
QUADRO 7: organização do módulo 5.	71
QUADRO 8: organização do módulo 6.	72
QUADRO 9: organização do módulo 7.	75
QUADRO 10: organização do módulo 8.	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

DOT – Diretoria de Orientação Técnica

DMA – Departamento de Matemática

FEUSP – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

FUNBEC – Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências

GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática

INEP – O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MMM – Movimento da Matemática Moderna

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

NIHPEMAT – Núcleo de Investigação e Perspectivas Atuais da Educação Matemática

PIBIC – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

SEMSP – Secretaria de Educação Municipal de São Paulo

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UFS – Universidade Federal de Sergipe

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

UNIFESP – Universidade Federal de São Paulo

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	14
CAPÍTULO 1 – PROCESSOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS SOBRE A ANÁLISE DO SABER PROFISSIONAL DOCENTE SOB A ÓTICA DA HISTORIOGRAFIA	18
1.1 – Historiar processos de constituição da profissão docente – da vocação à formação de um corpo específico de saberes.....	18
1.2 – Os <i>saberes a ensinar</i> e os <i>saberes para ensinar</i> : uma composição do saber profissional docente.....	21
1.3 – A <i>matemática a ensinar</i> e a <i>matemática para ensinar</i> como categorias históricas de análise	24
1.4 – Os <i>experts</i> em educação e a produção de saberes para o exercício da atividade docente.	27
1.5 – Aspectos metodológicos desta pesquisa	29
1.6 – Uma breve apresentação da professora e pesquisadora Maria do Carmo Santos Domite	33
2 – UM PANORAMA HISTÓRICO SOBRE O ENSINO DE CÁLCULO MENTAL A PARTIR DE PESQUISAS BRASILEIRAS	36
2.1 – O cálculo mental como tema de estudo de Fontes (2010), Betines (2011) e Berticelli (2017).....	38
2.2 – O cálculo mental como tema de estudo de Pais e Freitas (2015), Pinto (2016) e Cardoso (2018).....	50
3 – <i>SABERES PARA ENSINAR CÁLCULO MENTAL E A EMERGÊNCIA DE UM CÁLCULO MENTAL PARA ENSINAR</i>	60
3.1 – Um <i>cálculo mental para ensinar</i> o sistema de numeração decimal a partir do Curso de Matemática por Correspondência	61
3.2 – <i>Saberes para ensinar</i> cálculo mental e um <i>cálculo mental para ensinar</i> no artigo “Cálculo mental” (1989).....	81
3.3 – Saberes para ensinar cálculo mental a partir de Mendonça (1995)	90
CONSIDERAÇÕES	94
REFERÊNCIAS	97

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa analisou produções de Maria do Carmo Domite¹ sobre cálculo mental escritos no período de 1980 – 1995. Até se chegar a esse ponto um percurso anterior foi realizado. É a partir dele que inicio esta Introdução.

Em minha trajetória como aluno do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe - UFS pude conhecer e participar de alguns projetos que, em um primeiro momento, foi essencial para a escolha da área que, mais tarde, seguiria como pesquisador. A matriz curricular desse curso permitia ao licenciando vivenciar experiências com pelo menos três áreas: a Matemática, a Matemática Aplicada e a Educação Matemática². Como mencionado anteriormente, tive o privilégio de ser integrante de alguns projetos, os quais foram fundamentais para meu encaminhamento à Educação Matemática e meu amadurecimento intelectual.

O primeiro projeto que tive a oportunidade de integrar foi o PIBID³ - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, inicialmente como voluntário e, posteriormente, como bolsista. Esse foi o meu primeiro contato com algo que estava relacionado à Educação Matemática – é bem verdade que ainda de modo bastante superficial – uma vez que o objetivo do programa era a prática docente. No entanto, foi no período que estive vinculado ao PIBID que percebi os primeiros indícios de que gostaria de me envolver ainda mais com a Educação Matemática.

Em busca desse envolvimento me inscrevi no processo de seleção para o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC. Dentre os temas de pesquisa disponíveis optei por um projeto que estivesse relacionado com a Educação Matemática. Foi assim que fiz parte, como bolsista voluntário, do projeto “Trajetória de formação e atuação dos docentes (anos 1980)⁴” vinculado ao projeto “Uma história do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Sergipe a partir da(s) trajetória(s) de formação e atuação dos docentes

¹ As referências sobre Maria do Carmo se alternam a partir de dois sobrenomes: Mendonça e Domite. Tendo em conta que nas publicações mais recentes o sobrenome utilizado pela autora é Domite, nesta escrita adotou-se este último.

² Neste texto será utilizado o entendimento de Valente (2013) sobre o conceito “educação matemática”, que se designa a estudos sobre processos de ensino e aprendizagem da Matemática antes mesmo da criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, na década de 1980, um marco da “Educação Matemática” como campo científico e acadêmico no Brasil.

³ No Departamento de Matemática da UFS, o PIBID era coordenado por quatro professores, sendo cada um deles responsável por coordenar um grupo com dezesseis bolsistas. O grupo do qual fiz parte era coordenado pela professora Dr^a Ivanete Batista dos Santos.

⁴ Projeto orientado pela professora Dr^a Ivanete Batista dos Santos.

(1975 – 2009)”. A participação nessa pesquisa possibilitou um contato mais teórico com a área que eu cogitava avançar nos estudos, a história da educação matemática⁵.

A partir desse momento fui cadastrado no grupo de pesquisa local, o "Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas Atuais da Educação Matemática – NIHPEMAT⁶", ampliando as possibilidades de leituras relativas aos temas desses campos de estudos. Muitos dos pesquisadores desse grupo, o NIHPEMAT, são vinculados ao Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – GHEMAT⁷, que tem como objetivo a realização de pesquisa coletiva, fomentada pelo compartilhamento digital de uma série de documentos entre pesquisadores.

A partir dessa trajetória, não é surpresa constatar que o meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi relacionado à História da Educação Matemática sob o título “Uma caracterização das orientações para problemas matemáticos para o ensino primário propostos em revistas pedagógicas brasileiras (1928- 1951)”. Concomitante a escrita do TCC, no último semestre do curso de licenciatura, prestei processo seletivo para ingresso no mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência (PPGES) da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP).

Com a aprovação ingressei no mestrado em agosto de 2018 passando a fazer parte do GHEMAT-SP. Após isso tomei conhecimento do Projeto Temático “A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990”⁸, que tem como objetivo “investigar processos e dinâmicas constituintes do saber profissional do professor que ensina matemática no período compreendido entre 1890 - 1990” (VALENTE et al., 2017, p.30). Em razão da abrangência temporal, o Projeto Temático foi organizado em subtemáticas dispostas em quatro eixos⁹ principais, articulados entre si.

Fui informado, também, sobre os trabalhos desenvolvidos a partir dos acervos de professores que desempenharam papéis de relevância na produção de saberes relativos à

⁵ No entendimento de Valente (2013), a história da educação matemática consiste na “produção de uma representação sobre o passado da educação matemática. Não qualquer representação, mas aquela construída pelo ofício do historiador” (p. 25).

⁶ Coordenado pela professora Dr^a Ivanete Batista dos Santos.

⁷ O grupo existe desde o ano 2000, possui membros de vários estados brasileiros, as pesquisas desenvolvidas pelo grupo estão dentro da perspectiva da história da educação matemática. Mais informações a respeito desse grupo de pesquisa podem ser encontradas em <<http://blogs.unige.ch/fapse/SSE/erhise/>>.

⁸ Projeto Temático coordenado pelo Prof. Dr. Wagner Valente, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) na modalidade “Auxílio à Pesquisa – Projeto Temático”.

⁹ São eixos do Projeto Temático: “Os experts e os ensinamentos de matemática nos primeiros anos escolares”; “Processos de elaboração da matemática a ensinar nos primeiros anos escolares”; “A matemática na formação de professores para os primeiros anos escolares: a constituição da matemática para ensinar”; Professores que ensinam matemática e a matemática ensinada”.

formação de professores e/ou ensino de matemática. Dessa forma, fui designado a trabalhar com o acervo¹⁰ da professora Maria do Carmo Santos Domite. A partir de um primeiro acesso ao acervo decidimos por investigar parte de sua produção, aquela que se interessou pelo cálculo mental. Desse modo, a presente pesquisa se desenvolveu sob a bandeira do Eixo 1 do Projeto Temático, cujo o título é “Os *experts* e os ensinamentos de matemática nos primeiros anos escolares”. As pesquisas nesse eixo se voltam a investigar processos e dinâmicas de sistematização de saberes matemáticos para a formação de professores por *experts* em educação, conceito que será discutido mais adiante neste texto.

Diante de tantos materiais que compõe o acervo da professora Maria do Carmo Domite, que caminho(s) seguir? Uma primeira escolha foi visitar seu Currículo Lattes e produções citadas no Google Acadêmico¹¹. A busca resultou em três trabalhos: o de Oliveira e Fantinato (2016), um artigo no qual foi dada ênfase à produção de Maria do Carmo Domite na Etnomatemática; uma homenagem elaborada e publicada por Valle (2016); e um capítulo de livro escrito por Fantinato (2017). Todos apontaram exclusivamente para a importância de Domite na Etnomatemática. Tal expressividade pôde ser também notada em seu currículo lattes a partir do número de trabalhos produzidos/orientados por ela sobre essa mesma temática.

A ida ao acervo de Maria do Carmo Domite apontou para sua atuação na Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SMESP) para a formação de professores, ministrando cursos, palestras e elaborando materiais. Nesses trabalhos desenvolvidos frente à SMESP foi possível localizar produções variadas, tanto na natureza da sua ação como nos temas por ela abordados.

No inventário do acervo de Domite, onde esta pesquisa começou, foi possível localizar trabalhos sobre resolução de problemas, formação indígena e cálculo mental. Os escritos citados anteriormente, aqueles arrolados como forma de conhecer um pouco mais sobre Maria do Carmo Domite, quais sejam, Oliveira e Fantinato (2016), Valle (2016) e Fantinato (2017), ressaltaram, ainda que de modo breve, sua produção sobre resolução de problemas e formação indígena. Nenhum deles apontou escritos da autora sobre cálculo mental. Tal fato motivou a investigar esse aspecto da produção de Maria do Carmo Domite.

¹⁰ O acervo da professora e pesquisadora Maria do Carmo Domite foi doado por sua família ao GHEMAT. Os pesquisadores do grupo vêm realizando a higienização e catalogação de todo material pertencente ao acervo físico para que se possa disponibilizá-lo para acesso público. Os documentos desse acervo são diversos: e-mails, cartas, trabalhos acadêmicos de disciplinas por ela ministradas, livros e algumas produções de sua autoria. Dentre outros, em sua maioria são trabalhos cujo tema está relacionado a Etnomatemática.

¹¹ <<https://scholar.google.com.br/?hl=pt>>.

Desse modo, esboçou-se um objetivo geral para esta pesquisa: analisar e caracterizar o cálculo mental sistematizado por Maria do Carmo Domite para a formação de professores, no período de 1980 a 1995, em termos de uma *matemática para ensinar*. À vista disso, nesta investigação, buscou-se responder à seguinte questão: **"Qual o cálculo mental sistematizado por Maria do Carmo Domite para a formação de professores no período de 1980 a 1995?"**

Constituíram-se fontes desta pesquisa o Memorial Acadêmico de Maria do Carmo Domite; sua Tese de Livre Docência; o “Curso de Matemática por correspondência” (1988); o artigo “Cálculo mental” (1989) e o texto “Cálculo Mental” (1995).

Visando transformar discurso em prática, esta narrativa foi organizada em três capítulos. O primeiro tratou do processo de profissionalização docente e das categorias históricas de análise *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*. Essas categorias apoiam-se nos referenciais teóricos que têm o saber profissional docente como tema central os quais se constituem na articulação entre os *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar* (HOFSTETTER, VALENTE, 2017). A natureza desses saberes também foi abordada no capítulo, assim como o entendimento do conceito "saber" adotado nesta pesquisa.

No capítulo 2 foi apresentado um levantamento bibliográfico de trabalhos acadêmicos: artigos, dissertações e teses, que tiveram como foco o cálculo mental em perspectiva histórica. A partir do levantamento foi possível constatar que não há muitas poucas pesquisas de cunho histórico tem se debruçado sobre a temática do cálculo mental. Em sua maioria os trabalhos encontrados tratam sobre metodologias para o ensino de cálculo mental e sua importância no ensino de matemática. Além disso, foi possível identificar diferentes concepções acerca do cálculo mental, como também diferentes orientações sobre como deveria ser o seu ensino.

O capítulo 3 reúne o estudo sistemático das fontes, o coração desta pesquisa. Nele foi apresentado uma caracterização do cálculo mental a partir do "Curso de Matemática por Correspondência (1988)", do artigo "Cálculo mental (1989)" e do texto "Cálculo mental" (1995).

A análise desses documentos evidenciou elementos para o ensino de cálculo mental que estavam de acordo com as principais descobertas da Psicologia Cognitiva e dos estudos advindos da Educação Matemática, os quais possibilitaram a constituição de um cálculo mental *para ensinar* o sistema de numeração decimal, suas operações e propriedades.

CAPÍTULO 1 – PROCESSOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS SOBRE A ANÁLISE DO SABER PROFISSIONAL DOCENTE SOB A ÓTICA DA HISTORIOGRAFIA

Neste capítulo são abordados os principais referenciais teórico-metodológicos que foram adotados para o desenvolvimento desta pesquisa. São feitas considerações com respeito ao processo de constituição da docência como uma profissão a partir de Nóvoa (1989) e Hofstetter e Schneuwly (2020). Também são apresentadas as categorias de análise *saber a ensinar* e *saber para ensinar* a partir de Hofstetter e Schneuwly (2017) e Borer (2017). Falar dessas categorias foi necessário também explicitar o entendimento do que, aqui, está sendo considerado *saber*, para isso foram utilizados os trabalhos de Burke (2010), Farge (2015), Guimarães e Morais (2019) e Morais (2020). As categorias *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar* também são apresentadas neste capítulo, para isso foram utilizados Bertini, Morais e Valente (2019) e pesquisas que já mobilizaram essas categorias, como por exemplo Maciel (2019) e Valente (2019).

Analisar a sistematização e objetivação de saberes a partir do referencial adotado é imprescindível não trazer também aspectos teóricos sobre os sujeitos que participaram ativamente desse processo de sistematização e objetivação, assim, também foi aberto um espaço para falar sobre a participação desses sujeitos que são considerados teoricamente como *experts* do ensino e da formação.

1.1 – Historiar processos de constituição da profissão docente – da vocação à formação de um corpo específico de saberes

Em que consiste o saber profissional do professor? A profissão docente nem sempre foi encarada como uma profissão. Entre os séculos XVI e XVIII ser professor era uma atividade secundária, vista como um sacerdócio. Para ser professor era necessário ter vocação. Esse cenário foi marcado por um contexto em que o controle da educação era responsabilidade das congregações religiosas, principalmente dos jesuítas. Não havia autonomia dos professores, que deveriam fazer o que era designado pela Igreja.

Somente com o Estado encarregado pela educação é que a atividade de professor passou a ser encarada como profissão, porém isso não foi de imediato. Antes de profissionais, os docentes tornaram-se “funcionários do Estado”. Com a reforma pombalina, em meados do século XVIII, o cenário muda. No entanto, as configurações com respeito ao controle e subordinação a uma instituição continuam, o que muda é que ao invés de prestar contas à Igreja,

os professores passam a ser controlados pelo Estado. Nesse sentido, Nóvoa (1989), considera que de “‘Agentes da Igreja’, os professores transformar-se-ão durante o século XVIII em ‘funcionários do Estado’” (p. 436). Uma vez que “para Pombal a ‘questão do ensino’ resume-se a um problema de poder: trata-se apenas de substituir o controlo da Igreja pela tutela do Estado” (p. 437).

Embora nada pareça mudar e a atividade de professor continuar com os mesmos aspectos de subordinação e ausência de autonomia, é como “funcionários do estado” que, segundo Nóvoa (1989), os professores conquistaram, paulatinamente, sua independência. Por um lado, assegurados pelo Estado e, por outro, realizando reivindicações. Vale frisar que a intervenção do Estado nesse processo não foi por acaso. Enquanto o Estado,

[...] vai assegurar aos professores um salário [...] vai proteger a profissão docente através de um conjunto de normas de recrutamento e de selecção, vai reconhecer aos professores o estatuto de especialistas do ensino reservando-lhes o monopólio de intervenção nesta área, vai perseguir e reprimir os mestres clandestinos (isto é, os indivíduos que se dedicam ao ensino sem a respectiva autorização estatal), vai isentar os professores de uma série de impostos e de obrigações públicas (por exemplo, impedindo as Câmaras de exigirem aos professores a prestação gratuita de serviços), vai conceder aos professores a reforma ao fim de um certo número de anos de exercício profissional, etc.; (NOVOA, 1989, p. 440).

Os professores deveriam,

[...] assumir-se como verdadeiros instituidores populares (na acepção forte do termo) ajudando a consolidação de um Estado que faz da escola um dos seus principais instrumentos de manutenção e de reprodução, pois ... «um funcionário do Estado não pode nunca opor-se ao Estado» (NOVOA, 1989, p. 440).

Essa relação com o Estado “concede-lhes também uma certa segurança no emprego e estabilidade profissional, bem como a institucionalização de escolas de formação de professores” (p. 442). Mais um avanço, uma vez que, a esse tempo, não era necessária nenhuma formação específica para exercer a atividade docente. Nesse sentido, se pode observar uma mudança de perspectiva na docência, antes vista como vocação.

Para Nóvoa (1989), “qualquer profissão se organiza com base num corpo específico de conhecimentos e num conjunto de valores ético-deontológicos que lhe são próprios” (p. 445). Hofstetter e Schneuwly (2020, p. 20) corroboram ao afirmar que “as profissões são caracterizadas pelo fato de sua formação conter um componente teórico sustentado, de nível superior, ou seja, fornecida pela universidade ou por outros tipos de escolas profissionais especializadas, pressupondo um campo de saberes de referência”. Vale o mesmo para a profissão docente que, de acordo com Nóvoa (1995), esse "campo de saberes", ou "corpo de

saberes", como ele enuncia, "é consequência lógica do interesse renovado que a Era Moderna consagra ao porvir da infância e à intencionalidade educativa" (p. 16).

Afirma esse pesquisador que a pedagogia é o "lugar" dos saberes de referência da profissão docente, embora seja um campo pouco valorizado como ciência, sendo considerado, muitas vezes, como uma "técnica instrumental de intervenção", até mesmo por alguns professores (NÓVOA, 1989). Desse "lugar", ela "introduz uma relação ambígua entre os professores e o saber, a qual atravessa toda a sua história profissional". Esse pesquisador cita o exemplo da "hierarquia interna à profissão docente que tem como critério um *saber geral*, e não um *saber específico*, isto é, um *saber pedagógico*" (NÓVOA, 1995, p. 16, itálicos do autor).

Desse modo, de "agentes da igreja" a "funcionários do Estado", ser professor constituir-se-á, a partir do final do século XIX, uma profissão. Nesse sentido, para o exercício dessa profissão, à vocação toma lugar um corpo de saberes que lhe é próprio. Nessa formação, os saberes oriundos do campo pedagogia/ciências da educação, "que se desenvolve a partir de um conjunto de saberes existentes elaborados por e para esses profissionais" (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2020, p. 21), tornam-se fundamentais para a profissionalização do campo.

Nesse sentido, o exercício docente vai, aos poucos, deixando de ser uma vocação e se constituindo em saber pedagógico, específico para a sua profissionalidade, dinamizado pelo campo disciplinar das ciências da educação, que vai se encarregando de "desenvolver a 'profissão', que por sua vez condiciona o desenvolvimento, ou mesmo a própria existência, do campo disciplinar" (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2020, p. 21).

Para Hofstetter e Schneuwly (2020, p. 21-22), "a questão dos saberes legítimos e das instâncias legitimadas para defini-los, produzi-los, divulgá-los e até controlar seu uso está no centro dessa relação". O estudo histórico dos saberes que caracterizam a profissão docente é foco desta pesquisa, que toma como referência Hofstetter, Schneuwly (2017), Hofstetter et al. (2017), Valente et al. (2017) e outros. Esses pesquisadores têm como eixo central de suas pesquisas a caracterização de saberes da formação docente em perspectiva histórica a partir da mobilização de duas categorias de análise: *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*. Embora considerem duas categorias distintas, Hofstetter e Schneuwly (2017) chamam atenção para o fato de que ambas se encontram em articulação, mesmo sendo possível identificar a ascendência de uma delas em alguns casos.

1.2 – Os *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar*: uma composição do saber profissional docente.

Antes de trazer o entendimento do que vem a ser *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar* a partir de Hofstetter e Schneuwly (2017), vale destacar o que este estudo considera como "saber". Burke (2016), no livro “O que é história do conhecimento?¹²”, distingue informação de conhecimento. O autor, a partir de uma metáfora de Levis Strauss, considera o conhecimento como algo processado, “cozido”, enquanto que a informação seria algo ainda a ser cozido, algo “cru”.

O processamento da informação, por meio da classificação, da crítica, da verificação, avaliação, comparação e sistematização levam, de acordo com Burke (2016), ao conhecimento. Por certo que o próprio processo de escolha da informação poderia caracterizar, para outros, já um processo de "cozimento". A escolha da informação denotando, sempre já, movimento. Mas não é esse o objetivo de Burke (2016) ao se referir a Strauss. Conhecimento, nessa metáfora, é visto como algo já elaborado podendo, ainda, para tantos outros, como para este pesquisador, ser compreendido como um saber.

Tendo dito isso, esta pesquisa considera "saber" como "informação" classificada, processada, criticada, avaliada, verificada, comparada, sistematizada. E por informação, questões que se apresentam desde o início da pesquisa, a curiosidade que move o pesquisador a investigar determinado fenômeno, os primeiros indícios, aqueles que colocam o historiador em face não do homogêneo, mas do heterogêneo, diante da desordem, "do arrebatamento das percepções e do sentido" (FARGE, 2015, p.71).

Hofstetter e Schneuwly (2009), apoiados em Foucault (1969), parecem corroborar dessa assumpção ao definirem "saber" [*savoir*] como "a série de enunciados ou procedimentos sistematicamente produzidos e incorporados em práticas circunscritas, discursivas, socialmente constituídas e aceitas. [...] Referimo-nos aqui ao que alguns chamam de 'saber objetivado', em oposição a 'saber incorporado'" (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2009 apud MORAIS, 2020, p. 03, trad. nossa). De forma semelhante, Barbier (1996) considera que o saber incorporado é intrínseco a quem o enuncia, já o saber objetivado é despersonificado, independe daquele que o enuncia. Por saber objetivado, o autor considera que são aqueles que remetem

à mesma zona semântica que, por exemplo, a cultura, as regras e os valores. Essa primeira zona remete provavelmente para realidades que têm lugar o estatuto de representações, ou de sistemas de

¹² “What is the History of Knowledge?” (2015).

representações, que deram lugar a enunciados propositivos e que são objeto de uma valorização social sancionada por uma atividade de transmissão-comunicação. Por essa razão elas têm uma existência distinta daqueles que as enunciam ou daqueles que delas se apropriam. São conserváveis, acumuláveis, apropriáveis (BARBIER, 2009, apud MORAIS, 2020, p. 02, trad. nossa).

Assim, esses saberes são despersonalizados, independem de quem os enunciam, são passíveis de teorização, didatização, são comunicáveis, ensináveis, podendo ser compreendidos fora das situações particulares que propiciaram a sua formulação, ou seja, “não se liga mais ao sujeito que o elaborou; ele foi objetivado, se tornou comunicável a todo aquele que a ele tiver acesso. Foi concedido ao outro o acesso a uma expertise” (GUIMARÃES E MORAIS, 2019, p. 181).

O estudo que tem como foco os saberes formalizados, objetivados, com a finalidade de evidenciar o papel desses saberes nas profissões do ensino e da formação, segundo Hofstetter e Schneuwly (2017), se difere daqueles que dão ênfase as abordagens que adotam o ponto de vista da prática e abordam o saber a partir da sua mobilização no fazer. Desse modo, como já foi dito anteriormente, esses autores consideram dois tipos de saberes constituintes dessas profissões: os *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar*. O primeiro caracteriza-se por constituir-se o objeto essencial da profissão, uma vez que,

o formador-professor forma o outro ensinando saberes; sua função é, desse modo, constitutivamente definida por *saberes aos quais formar* ou *saberes a ensinar* (por simplificação, utilizaremos apenas o segundo termo). Estes saberes constituem um objeto essencial do seu trabalho (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 132, grifos dos autores).

Tendo em vista que, para esses pesquisadores, o ensino de tais saberes demandam outros que auxiliam o formador-professor na sua tarefa de formar, o segundo campo de saberes constitui-se ferramentas de trabalho desses profissionais, saberes esses que proporcionam ao formador-professor a efetiva execução de sua profissão, “esses saberes constituem ferramentas de trabalho, neste caso saberes *para* formar ou saberes *para* ensinar” (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 133-134, grifos dos autores).

Dessa forma, é possível inferir, a partir de Hofstetter e Schneuwly (2017), que tanto os *saberes a ensinar* como os *saberes para ensinar* podem ser identificados na análise de processos constitutivos da formação de professores, estudo este que tem natureza histórica por lidar com saberes objetivados e que caracterizaram a formação de professores em um dado tempo, como afirma Borer (2017), que analisou os modelos de formação para o ensino primário dos cantões de língua francesa entre o fim do século-XIX e a primeira metade do século XX e

concluiu que eles foram de duas naturezas, o “normal” e o “superior”. O primeiro mais favorável ao desenvolvimento de *saberes para ensinar* no seio das formações para o ensino;” (p. 180) enquanto o segundo apresentava caráter mais voltado para uma “formação geral em detrimento da formação profissional” (p. 180).

Assumindo que os *saberes a ensinar* constituem o objeto essencial de trabalho do professor no exercício da sua profissão, não se quer, com isso, restringi-los aos conteúdos que devem ser ensinados, embora eles sejam parte desse conjunto de saberes, todos os quais têm história e pertencem ao rol de “saberes emanados dos campos disciplinares de referência produzidos pelas disciplinas universitárias” (BORER, 2017, p.175).

Por sua vez, ao afirmar que os *saberes para ensinar* constituem as ferramentas de trabalho que propiciam o exercício da docência é afirmar que eles não se restringem a metodologias ou procedimentos metodológicos, mas englobam um conjunto de dinâmicas que compreendem o processo complexo do ato de ensinar, da escola e suas transformações como lugar específico para o desenvolvimento da aprendizagem, do currículo, do desenvolvimento da criança, de saberes específicos sobre seu objeto de trabalho, os *saberes a ensinar*. Hofstetter e Schneuwly assim definem tais saberes:

[...] Tratam-se, principalmente, de saberes sobre “o objeto” do trabalho de ensino e de formação (sobre os saberes a ensinar e sobre o aluno, o adulto, seus conhecimentos, seu desenvolvimento, as maneiras de aprender etc.), sobre as práticas de ensino (métodos, procedimentos, dispositivos, escolha dos saberes a ensinar, modalidades de organização e gestão), e sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional (planos de estudos, instruções, finalidades, estruturas administrativas e políticas etc.) (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 134).

Em poucas palavras poder-se-ia afirmar que são os *saberes para ensinar* aqueles que caracterizam essa profissão, saberes específicos do professor e que emanam das ciências da educação; eles sofrem alterações ao longo do tempo em consonância com as transformações sociais, o papel da escola, os avanços nos estudos psicológicos, dentre outros fatores.

Tais conceitos (*saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*) foram sistematizados pela Equipe de Pesquisa em História Social da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra, Suíça, e apropriados por Bertini, Morais e Valente (2017) que passaram a considerar duas categorias de análise específicas do processo de profissionalização do docente que ensina matemática, quais sejam, *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*. Tomá-las como hipóteses teóricas de trabalho “possibilita avançar na compreensão dos movimentos de constituição dos saberes profissionais dos professores, dos saberes profissionais dos professores que ensinam matemática” (VALENTE, 2018, p. 379), uma vez que

o estudo dos processos de elaboração da *matemática a ensinar* e da *matemática para ensinar* e das dinâmicas que articulam tais saberes coloca em nível de superação as análises que congelam o saber matemático, cercado-o de didáticas especiais que não têm status epistemológico de saber (VALENTE, 2018, p. 379).

Considera-se, portanto, que “os denominados saberes pedagógicos, didáticos, representam uma etapa histórica de promoção do reconhecimento da constituição dos saberes profissionais” (VALENTE 2018, p. 379) avançando “para além da ideia de que formação é o somatório de bom conhecimento matemático com didáticas específicas de conteúdos” (VALENTE 2018, p. 379). Colocando a pedagogia/ciências da educação como responsável pela profissionalização do trabalho docente. O tópico a seguir irá melhor discorrer sobre esses novos conceitos indicando como algumas pesquisas fizeram uso deles.

1.3 – A *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* como categorias históricas de análise

Bertini, Morais e Valente (2017) sistematizaram, conforme antes enunciado neste texto, as categorias teóricas *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*. Para eles, a *matemática para ensinar* refere-se à objetivação de um saber matemático no qual “tal saber já contém, na sua própria caracterização, concepções de ensino, de aprendizagem, do papel da escola num dado tempo histórico etc.” (p. 68) são imanentes.

Ao exemplificarem as dinâmicas de sistematização da *matemática para ensinar*, esses pesquisadores apontaram a resolução de problemas objetivada por George Polya, como sendo uma *matemática para ensinar* problemas. Também, citam os problemas elaborados por Arnaldo Barreto presentes nas revistas pedagógicas do final do século XIX, especificamente no periódico “A Eschola Pública” (1897) e, no início do século XX, nos artigos escritos por José Roberto Escobar no periódico “Revista da Sociedade de Educação” (1924). Bertini, Morais e Valente (2017) consideram que os problemas eram ferramentas para o ensino das operações, ou seja, uma *matemática para ensinar* frações.

Na perspectiva de Bertini, Morais e Valente (2017), os *saberes para ensinar* matemática e *matemática para ensinar* são distintos. Aos primeiros, *saberes para ensinar* matemática, “poderiam ser arrolados um conjunto de saberes colocados na grade de formação de professores. Todo esse conjunto comporia o que se poderia entender por ‘saberes para ensinar matemática’” (p. 68). Por outro lado, consideram a *matemática para ensinar* como algo mais específico em relação ao *saber para ensinar* matemática.

Nesse sentido, a *matemática para ensinar* seria específica do campo matemático, mas não um saber estritamente matemático, mas um saber matemático imbuído de saberes referentes também ao campo pedagógico, em outras palavras um saber matemático como ferramenta para o ensino de matemática, já os *saberes para ensinar* matemática são mais gerais, não tem como base o campo disciplinar matemático, envolvem aspectos pedagógicos, psicológicos, aspectos do campo das ciências da educação, não se trata especificamente do campo matemático e sim de todos os saberes que constituem-se referência para a atuação docente.

Valente (2019), mobilizando as categorias teóricas *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*, aponta caminhos para a caracterização de uma “aritmética intuitiva a ensinar”. A partir da pesquisa de Oliveira (2017), que caracterizou um novo saber escolar em tempos do método intuitivo, de um tempo de modernidade educacional. Valente (2019) se volta à análise dos saberes que deveriam formar o futuro professor da escola primária, que ele iria utilizar no exercício de sua profissão.

Para tanto, toma como referência a pesquisa de Oliveira (2017), e considera, a partir das reflexões apontadas por Oliveira (2017) com respeito as obras “Aritmética para meninos” (1879) e “Aritmética primária” (1895), que no primeiro, a progressão do ensino deveria “seguir, assim, a ordenação lógica dos conteúdos aritméticos já de longa data estruturados sinteticamente, isto é, considerando-se o movimento das partes para o todo, das definições para os exemplos e deles para o seu uso nos exercícios e problemas” (p. 59); e no segundo livro, constata uma incorporação na obra dos elementos característicos da vaga intuitiva, “constitui símbolo do modo como a modernidade educacional trata os saberes escolares: pelo método intuitivo, considerando o processo analítico de desenvolvimento dos ensinamentos aritméticos” (p. 60).

Para Valente (2019), embora Oliveira (2017) não tenha caracterizado uma “aritmética intuitiva a ensinar”, sua pesquisa constitui um passo importante para essa finalidade. Para a caracterização de uma “aritmética intuitiva a ensinar”, no entanto, Valente (2019), considera ainda ser necessário, além do realizado por Oliveira (2017), responder aos seguintes questionamentos: “Que novos conteúdos surgem na aritmética intuitiva? Que conteúdos e temas aritméticos deixam de ser ensinados na modernidade educacional? Como se estabelece uma nova graduação para o ensino da aritmética intuitiva?” (VALENTE, 2019, p. 61).

Desse modo, pode-se considerar que a mobilização por Valente (2019) da categoria *matemática a ensinar* na análise da caracterização de uma aritmética intuitiva realizada por Oliveira (2017), revela que a *matemática a ensinar* emana do campo disciplinar, no entanto,

não é o campo disciplinar. Ela traz consigo mudanças na sua abordagem e configuração que está de acordo com o papel da escola, as transformações sociais e as diferentes vagas pedagógicas. É uma categoria que não tem no centro o papel do professor, mas o papel dos saberes disciplinares de referência em um determinado momento que passa por mudanças, transformações de acordo com o contexto em que é realizada a sua elaboração.

Nesse sentido, caracterizar uma *matemática a ensinar* vai além de fixar o olhar para sua estrutura e organização, requer uma compreensão do contexto econômico, social e educacional, o qual com a participação de toda a comunidade que envolve o sistema de ensino, sugere, apresenta e indica mudanças que vão caracterizar uma *matemática a ensinar* de acordo com os diferentes contextos.

Tais categorias teóricas foram, também, mobilizadas por Maciel (2019), que caracterizou diferentes “multiplicações para ensinar” que apresentam características que lhes são próprias em cada período. Nos manuais de J. Eulálio (1907) e A. Monteiro de Souza (1910) a autora caracterizou uma “multiplicação tradicional para ensinar”, cujo, segundo ela, o próprio objeto de trabalho de ensino consistia em ferramenta, isto é, para ensinar era necessário ao professor apenas saber multiplicar.

Em um momento posterior, nos manuais de Trajano (1907), Thiré (1914) e Oliveira¹³ [191?], Maciel (2019) afirma que é possível identificar uma ruptura com o modelo tradicional. Neles surgem exemplos na definição, seguidos de problemas e de imagens. Um novo recurso também aparece: a tabuada de Pitágoras, que se tornou um método facilitador de memorização da tabuada. Maciel (2019), salienta ainda que em alguns manuais, além dos elementos anteriores, são acrescentados problemas e exercícios, porém ainda permanece com a marcha sintética com uma graduação científica.

Em um outro manual, Maciel (2019) identifica elementos que possibilitam a caracterização de uma nova multiplicação para ensinar, uma “multiplicação intuitiva para ensinar”. Essa pesquisadora constata no manual de R. Barreto (1912) o uso de dispositivos didáticos, estratégias e métodos que priorizam uma “multiplicação para ensinar” que busca, cada vez mais, ajustar-se a uma matemática pragmática, útil, com intenção de resolver problemas da vida local, do comércio. A autora afirma que era preciso ensinar problemas, dar exemplos com objetos manipuláveis e observáveis, saber resolver problemas com situações da vida prática. O professor precisava saber os rudimentos e não somente os elementos (MACIEL, 2019).

¹³ A autora não especificou a data.

Dessa forma é possível constatar que muda-se/transforma-se a organização e as abordagens dos conteúdos de acordo com as concepções de ensino de cada período o que vai exigir do professor, em particular do professor que ensina matemática, novas posturas, novos materiais, novas ferramentas para a sua atuação, o que vai configurando, sistematizando, objetivando distintas *matemáticas para ensinar* ao longo do tempo.

O trabalho de Maciel (2019) tem como foco os saberes responsáveis pela ação do professor e isso não significa que a autora coloca no centro de suas reflexões os saberes mobilizados na ação, mas sim os saberes que tornam efetiva a ação profissional do professor que ensina matemática. Especificando um pouco mais a natureza desses saberes, Maciel (2019) investiga *matemáticas para ensinar* e coloca em evidência “multiplicações para ensinar”, multiplicações que embora façam parte dos *saberes a ensinar*, o olhar da autora se direciona para uma multiplicação ferramental, ou seja, uma multiplicação que proporciona a efetivação profissional do professor que ensina matemática, o que foi diferente do trabalho realizado por Valente (2019) que teve como foco uma *matemática a ensinar*.

Às transformações das *matemáticas a ensinar e para ensinar* ao longo do tempo evidenciadas por Maciel (2019) caberia interrogar quem foram seus agentes produtores, considerados nesta pesquisa como *experts*, aqueles que produziram, sistematizaram e objetivaram saberes ao longo do tempo na formação e no ensino. A análise da produção desses sujeitos com respeito a natureza dos saberes por eles objetivados é tema do tópico seguinte.

1.4 – Os *experts* em educação e a produção de saberes para o exercício da atividade docente.

O conceito *expert* não é novo. Ele é empregado em sentido amplo. Burke (2016) afirma que os termos especialistas/*experts* e especialização surgiram na Grã-Bretanha no século XIX e “estão ligados a uma nova tendência, ou seja, a dependência cada vez maior dos governos em relação a consultorias de especialistas sobre problemas práticos, como saneamento básico, planejamento urbano ou administração da economia” (BURKE, 2016, p. 62).

De modo semelhante, Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017) salientam que “a segunda metade do século XIX vê constituir-se o Estado responsável pela educação pública” (p. 61), nesse sentido o Estado se depara com a necessidade de tomadas de decisão frente a esse objeto: a educação, o que segundo esses autores acarreta “na existência de um corpo de profissionais cada vez mais numeroso ao qual é confiado o direito e o dever de organizar um

sistema escolar público coerente e completo, sob sua orientação e financiamento” (HOFSTETTER, SCHNEUWLY; FREYMOND, 2017, p. 61). Dessa forma, pode-se afirmar que é o Estado quem oficializa e determina o que é necessário para a profissão docente, uma vez que ele é o responsável pela educação.

No entanto, é papel do Estado administrar órgãos públicos e, nesse sentido, indicar aqueles capazes de produzir saberes consoantes aos seus interesses. Nesse sentido, “multiplicam-se as convocatórias de especialistas das questões educativas (médicos, higienistas, eruditos, arquitetos, economistas, administradores) para garantir a performance do importante edifício a ser construído” (HOFSTETTER, SCHNEUWLY; FREYMOND, 2017, p. 61). É nesse contexto que, segundo esses autores, entram em cena os *experts* em educação, personagens que ocupam uma posição de poder na determinação dos saberes que são necessários para a formação docente. Consequentemente o corpo de saberes produzidos por esses *experts* contribuem significativamente com o processo de profissionalização da docência. Desse modo, a pesquisa que investiga processos de produção de saberes por *experts* na formação e no ensino pode se ocupar, ainda, da análise de processos da profissionalização docente.

Esses sujeitos estão preocupados não apenas com os conteúdos que devem ser ensinados, preocupam-se também com o como ensinar, o quando ensinar, para quem ensinar, a organização que deve ser estabelecida com relação ao o que ensinar. Assim, recorrem à psicologia, à pedagogia, às disciplinas que reunidas passam a constituir o campo disciplinar das ciências da educação (HOFSTETTER, SCHNEUWLY, 2017). Esse campo disciplinar torna-se o vetor principal para garantia de uma melhor formação profissional, é ele que parece desenvolver o campo profissional da profissão docente.

Vale frisar que esse papel desempenhado pelos *experts* não é linear, passa por diversas tensões, que vão desde a convocação da expertise¹⁴, condicionada a jogos de poder e interesses políticos, à objetivação de saberes em normativas de ensino (MORAIS, 2020, p. 5). No entanto, são eles os responsáveis por objetivar saberes na formação e no ensino, tendo em vista o lugar que ocupam, legitimado pelo Estado. Esses sujeitos são inicialmente reconhecidos por seus atributos, sua formação, sua produção, seus conhecimentos, sua competência, sua capacidade de completar uma tarefa (tâche) (REY, 2006).

¹⁴ “Uma instância, em princípio reconhecida como legítima, atribuída a um ou a vários especialistas – supostamente distinguidos pelos seus conhecimentos, atitudes, experiências –, a fim de examinar uma situação, de avaliar um fenômeno, de constatar fatos. Esta expertise é solicitada pelas autoridades de ensino tendo em vista a necessidade de tomar uma decisão. (HOFSTETTER; SCHNEUWLY; FREYMOND, 2017, p. 57).

Embora os estudos aos quais este trabalho se fundamenta terem sido realizados na Suíça, essas constatações não denotam o caso isolado de Genebra, cenário de estudo de Hofstetter et al., mas expressam um movimento bem mais amplo. No Brasil, por exemplo, Morais (2017) apresenta três pesquisadores¹⁵ brasileiros, considerados por ela como *experts* em educação, convocados pelo governo para realizarem cursos no exterior com o intuito de inovar o ensino no Brasil.

De forma semelhante, Almeida e Valente (2019) apontam a professora Lydia Condé Lamparelli como *expert* que contribuiu significativamente para a produção e sistematização de saberes para a formação de professores, bem como a elaboração de materiais com caráter inovador para o ensino de matemática. Vale frisar ainda que, tanto Morais (2017) quanto Almeida e Valente (2019) ressaltam que as principais contribuições desses sujeitos se deram por meio de traduções de textos e apropriações de materiais de ensino, referências em outros países.

Uma pesquisa que toma como foco de análise a produção de um determinado “sujeito”, *expert*, enfatizando saberes por ele produzidos, que compreende “estudos ligados ao levantamento de dados biográficos, de obras elaboradas, de papéis e cargos assumidos por experts”, que contribuíram significativamente com “transformações da matemática para os primeiros anos escolares e à matemática para a formação de professores” (VALENTE et al., 2017, p. 34), mostra-se como veio fértil de pesquisa, concepção aqui assumida a partir da análise da produção de Maria do Carmo Santos Domite relativa ao cálculo mental.

Vale salientar que a pesquisa que içe um sujeito como *expert* não tem como foco enaltecer o sujeito, mas investigar os processos e dinâmicas da transformação do saber, uma vez que o *expert* participa ativamente dessa dinâmica.

1.5 – Aspectos metodológicos desta pesquisa

Como já foi ressaltado, o presente estudo está vinculado a um projeto maior que se encontra organizado em quatro eixos. Ao ter admitido que este trabalho se insere no eixo 1 não se quis, com isso, perder de vista o principal objetivo desse projeto maior, que consiste na análise dos processos e dinâmicas de constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. Logo, “o saber” é o tema central das investigações em curso pelo projeto temático.

¹⁵ Menezes Vieira; Luiz Reis; Lydia Condé Lamparelli.

Ao trazer para a cena a discussão sobre os *experts*, se deseja, ainda, destacar os agentes produtores desse objeto, “o saber” docente.

Segundo Morais (2020), a pesquisa que se debruça em investigar a produção de saberes por *experts* pode se desenvolver a partir de dois caminhos: um em que é tomado o personagem como ponto de partida e outro em que o personagem é o ponto de chegada. O primeiro caso consiste em:

i) partir, sempre, de um personagem que tenha tido participação ativa na formação ou no ensino, assumindo como hipótese de pesquisa que ele é um expert; ii) reconstruir sua trajetória relacionando-a aos contextos em que/nos quais ele circulou; iii) evidenciar sua participação na elaboração de novos saberes, da(s) matemática(s) *a e para* ensinar. [...] Se confirmada essa última etapa, uma seguinte seria iv) reconhecer esse personagem como expert, confirmando, dessa maneira, a hipótese de pesquisa (MORAIS, 2020, p. 9, tradução nossa).

Um outro caminho ressaltado por Morais consiste do processo inverso, em que o sujeito é o ponto de chegada. Nesse sentido, na análise de toda uma documentação visando caracterizar saberes nela objetivados, sujeitos ganham a cena. Uma investigação mais apurada sobre quem foram eles, suas trajetórias e cargos ocupados poderia indicá-los à condição de *experts*.

O presente estudo seguiu o primeiro percurso. Um primeiro passo foi "tatear" o acervo de Maria do Carmo Domite. Foi possível identificar documentos de natureza vasta: e-mails, transparências, livros, artigos científicos, algumas apostilas da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo – SMESP e, em sua maioria, trabalhos acadêmicos de alunos referentes a disciplinas por ela ministradas na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo – FEUSP. Os documentos em sua maioria tratam sobre Etnomatemática, outros sobre resolução de problemas, e uma pequena pasta contém textos sobre cálculo mental.

Em paralelo a esse "tatear" o acervo, foi realizada uma busca por trabalhos que versassem sobre Maria do Carmo Domite, foram encontrados três, quais sejam, Oliveira e Fantinato (2016), Valle (2016) e Fantinato (2017). Nesses trabalhos foi dado destaque a contribuição da referida professora ao campo da Etnomatemática, foi mencionado também o trabalho com a resolução de problemas e a formação indígena. Nenhuma referência sobre cálculo mental, o que provocou uma curiosidade e então foi tomada a decisão de investigar, do produzido por Maria do Carmo Domite, o cálculo mental.

Para melhor compreender o produzido por Maria do Carmo Domite foi realizada também a leitura de sua tese de livre docência e do seu memorial acadêmico. Neles foi

verificado que Maria do Carmo Domite realizou um trabalho de formação de professores nas décadas de 1980 e 1990.

Desse modo, foi realizada uma busca¹⁶ por documentos da SMESP voltados a formação de professores nas décadas mencionadas, os documentos resultantes dessa busca, em sua maioria, não apresentam a autoria de um personagem, mas de órgãos internos à SMESP como por exemplo o DOT - Divisão de Orientação Técnica de Ensino e o DEPLAN – Departamento de Planejamento. Em um dos documentos¹⁷ solicitados à Memória Documental foi possível constatar que Maria do Carmo Domite fez parte do DOT, mas não se sabe por quanto tempo e nem mesmo quais os documentos tiveram a participação dela na elaboração.

Entre idas e vindas, documentos foram sendo transformados em fontes a partir das interrogações do historiador, pois "será ele que irá erigir os traços deixados pelo passado em documentos para a história, em substância para a construção de seus fatos" (VALENTE, 2007, p. 32). Construção do historiador, parte essencial do processo historiográfico, o ato de "*separar*, de reunir, de transformar em 'documentos' certos objetos distribuídos de outra maneira"(CERTEAU, 2013, p. 69), no que Certeau nomeou de "nova distribuição cultural", o historiador constitui sua coleção, que nesta pesquisa reuniu o Memorial Acadêmico de Maria do Carmo Domite; sua Tese de Livre Docência; o “Curso de Matemática por correspondência” (1988); o artigo “Cálculo mental” (1989) e o texto “Cálculo Mental” (1995).

Esse ir e vir a documentos de diferentes naturezas é parte do processo de conhecer, de produção de conhecimento. Tendo já uma “coleção”, sua análise foi conduzida pela seguinte questão norteadora qual o cálculo mental sistematizado e objetivado por Maria do Carmo Domite para a formação de professores no período de 1980 a 1995?

De acordo com Valente (2018), o conjunto obtido a partir desse “procedimento de pesquisa representa uma coleção de conhecimentos dispersos num dado tempo histórico” (p. 380). Da reunião desses documentos, uma intencionalidade, buscar indícios que possibilitassem a passagem da realidade apreendida pelos sentidos à realidade feita pelo objeto científico, da produção sobre cálculo mental de Maria do Carmo Domite à sistematização de um objeto teórico sobre o cálculo mental em termos de uma *matemática para ensinar*, um cálculo mental *para ensinar*.

¹⁶ Essa busca se deu no acervo da Memória Técnica Documental – MD que “mantém um acervo com, aproximadamente, quatro mil e quinhentos documentos técnicos e pedagógicos – uma valiosa massa documental que registra e reconta, com diferentes detalhes, a história da Educação da Cidade de São Paulo – desde a década de 1930 até a atualidade”. Para mais informações acessar:

¹⁷ Matemática – relatos de práticas (1992).

O real, a produção de Domite sobre cálculo mental, levou a construção de uma hipótese de pesquisa, que suspeitou que Maria do Carmo Domite teria participado de processos de elaboração, de sistematização e de objetivação¹⁸ de saberes matemáticos para a formação de professores. Para o processo de construção do *real teórico* (BORBA; VALDEMARIN, 2010) esboçou-se um objetivo geral para esta pesquisa, que analisou e caracterizou o cálculo mental sistematizado por Maria do Carmo Domite para a formação de professores, no período de 1980 a 1995, em termos de uma *matemática para ensinar*.

O marco cronológico, 1980-1995, foi adotado considerando, respectivamente, o ano em que Maria do Carmo Domite iniciou sua atuação, como formadora, em cursos para a formação de professores, tema que interessa às pesquisas em curso no Projeto Temático, e sua última produção específica sobre cálculo mental¹⁹. As etapas da pesquisa compreenderam objetivos específicos, quais sejam inventariar e tornar público o acervo pessoal de Maria do Carmo; analisar processos de sistematização do cálculo mental como um saber; e tornar inteligível o “cálculo mental” como um saber em termos de um saber *a ensinar* e/ou um saber *para ensinar*.

Vale frisar que um estudo que visa investigar a *matemática a ensinar* e/ou a *matemática para ensinar* presentes na formação de professores com vistas ao ensino de matemática sustenta-se em estudos de Valente (2017), quem aponta para mudanças na composição do saber profissional do professor nas últimas décadas do século XIX, ressaltando que no ensino primário foi priorizada uma *matemática para ensinar* e no ensino secundário uma *matemática a ensinar*.

Tendo essas referências teóricas, antes de adentrar ao capítulo dois que irá se ocupar de trazer um panorama de pesquisas já realizadas sobre o cálculo mental em perspectiva histórica, considerou-se relevante fazer uma apresentação, ainda que breve, da professora e pesquisadora Maria do Carmo Santos Domite.

¹⁸ A partir de Rey (2006), Hofstetter e Schneuwly (2017, p. 124), consideram esse processo de objetivação como sendo práticas sociais “convertidas em discursos e a sua transmissão torna-se possível por meio desses discursos. Despersonalizadas, teorizadas, didatizadas, tornam-se transmissíveis, reproduzíveis, ensináveis. Esta conversão de uma prática em texto substitui a situação (em ato) por um contexto, ou seja, pelo que se pode compreender fora das circunstâncias singulares onde ela ocorre: ‘a prática não parece mais como o meio no qual o assunto se insere, mas como um objeto que estudamos’ (p. 93)”. Isto é: é por um processo de sistematização que um saber é objetivado.

¹⁹ Na consulta ao acervo e no lattes de Maria do Carmo Domite as produções relativas ao cálculo mental identificadas encerram-se no ano de 1995.

1.6 – Uma breve apresentação²⁰ da professora e pesquisadora Maria do Carmo Santos Domite

Figura 1: Maria do Carmo Santos Domite.



Fonte: Imagem retirada da sua página pessoal do *Facebook*.

Maria do Carmo Santos Domite foi uma professora paulistana que nasceu no dia 13 de abril de 1948 e faleceu no dia 6 de junho de 2015, aos 67 anos, deixando uma importante contribuição para a formação de professores e para a Etnomatemática.

Em 1994, Maria do Carmo Domite atuou como professora da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP até o ano de 1997, ano em que se deu sua transição para a FEUSP – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, onde permaneceu até seus últimos dias de vida.

Sua contribuição para o campo da Etnomatemática foi ressaltada por autores já citados e parece ter sido essa produção que levou Maria do Carmo Domite a ser reconhecida também em outros países. Sua atuação nessa área teve início em 1988 ao coordenar, em parceria com Ubiratan D’Ambrósio, o Grupo de Estudos e Pesquisa em Etnomatemática (GEPem).

Dentre o relevante papel desempenhado por Maria do Carmo Domite frente à Etnomatemática é possível destacar a sua participação coordenando o Primeiro Congresso

²⁰ Este tópico reuniu alguns pontos sobre a trajetória de atuação da professora Maria do Carmo Domite abordados pelos escritos de Oliveira e Fantinato (2016), Valle (2016) e Fantinato (2017), e pelo “Prêmio USP ‘Trajetória pela inovação’” intitulado “MARIA DO CARMO SANTOS DOMITE: trajetória pela inovação e compromisso sociocultural em prol da educação indígena no estado de São Paulo”. Disponível em: <http://www.inovacao.usp.br/wp-content/uploads/sites/300/2019/09/FE-1.pdf>

Brasileiro de Etnomatemática (CBEm1), no ano 2000, evento considerado como o marco da consolidação da Etnomatemática no Brasil e no mundo.

Organizou, ao lado de Ubiratan D’Ambrosio, Paulus Gerdes, Bill Barton e Eduardo Sebastiani Ferreira, o Segundo Congresso Internacional de Etnomatemática – CIEm, em julho de 2002, onde lançou o livro “Etnomatemática: papel, valor e significado” organizado por ela e pelos professores Rogério Ferreira e José Pedro Machado Ribeiro, obra que se tornou referência nacional e internacional, sendo citada em centenas de trabalhos de pesquisa voltados à Etnomatemática em todo o mundo.

Foram muitos os trabalhos de Maria do Carmo Domite que contribuíram para o desenvolvimento e constituição da Etnomatemática como campo de pesquisa. Vale ressaltar ainda a enormidade de trabalhos por ela orientados sobre essa temática.

A partir do ano de 1980, Maria do Carmo Domite também atuou na formação de professores frente à SMESP, participou da elaboração de documentos, foi leitora crítica e palestrante, algumas vezes o seu nome saiu no Diário Oficial de São Paulo destacando o pagamento por serviços técnicos prestados. Em 1989 atuou nos Núcleos de Ação Educativa - NAE como uma das especialistas da área de matemática, orientando e acompanhando professores e professoras que aderiram ao Movimento de Reorientação Curricular de Paulo Freire. Entre 1987 e 1989, Maria do Carmo Domite integrou a equipe da FUNBEC – Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências atuando como editora da Revista de Ensino de Ciências.

Outro ponto que vale ser destacado foi sua contribuição para a formação de professores indígenas. Em parceria entre o governo do Estado de São Paulo e a FEUSP, Maria do Carmo Domite assumiu, em 2001, a coordenação geral do Programa de Formação de Professores Indígenas intitulado Magistério Indígena Novo Tempo (MAGIND). Tratava-se de um processo formativo de nível médio para atuação do professor indígena na Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental em escolas indígenas do Estado de São Paulo.

Após esse trabalho, Maria do Carmo Domite passou a coordenar o curso “Formação Intercultural Superior De Professores Indígenas (FISPI)”, resultando entre 2005 a 2008, na formação de 82 professores indígenas, tornando esses, os primeiros profissionais indígenas formados no campo da educação para assumir as escolas de suas aldeias. Maria do Carmo Domite se tornou referência nessa área e coordenou a produção dos primeiros livros²¹ com foco na formação de professores indígenas no Estado de São Paulo. Desses feitos, por sua trajetória,

²¹ “Da Teoria à Prática Livro”; “Pensando a Sala de Aula” e “Histórias de Aula”.

que vai muito além do que a aqui apresentada, Maria do Carmo Domite recebeu em 2020, em memória, o “Prêmio USP – Trajetória pela Inovação”.

Pesquisadora, professora, formadora, Maria do Carmo Domite participou ativamente da elaboração e objetivação de saberes para a formação de professores. Em sua trajetória é possível identificar elementos de uma *expert* do ensino de matemática. Uma personagem reconhecida por seus pares, que ao longo do tempo assumiu lugares que lhes atribuíram respaldo para legitimar e sancionar saberes específicos para a formação de professores que ensinavam matemática.

2 – UM PANORAMA HISTÓRICO SOBRE O ENSINO DE CÁLCULO MENTAL A PARTIR DE PESQUISAS BRASILEIRAS

Para uma melhor caracterização da produção de Maria do Carmo Santos Domite com respeito ao cálculo mental, buscou-se realizar um levantamento bibliográfico de produções acadêmicas que tiveram como foco o cálculo mental em uma perspectiva histórica de modo que fossem evidenciados aspectos de como eram realizadas as orientações aos professores sobre o ensino desse saber.

Desse modo, as pesquisas que tiveram como foco exclusivo ressaltar a importância do cálculo mental no processo de ensino e aprendizagem, ou seja, aquelas pesquisas que tiveram como foco apresentar propostas e justificativas para o ensino de cálculo mental não foram priorizadas, uma vez que o interesse da revisão bibliográfica foi de, a partir dos trabalhos existentes, elaborar uma narrativa que possibilitasse a compreensão das propostas e orientações analisadas com respeito ao ensino de cálculo mental em período anterior e coincidente ao das produções de Maria do Carmo Domite sobre o mesmo tema, tendo em vista que esse exercício poderia possibilitar uma melhor compreensão da sua proposta.

Assim sendo, o levantamento bibliográfico possibilitou constatar quais eram as orientações para o ensino de cálculo mental desde, ao que parece, sua primeira aparição em propostas curriculares, em 1881, até 2007. Vale ressaltar que o ano de 2007 não marca a saída do cálculo mental dos programas de ensino, mas foi o período máximo contemplado pelas pesquisas analisadas.

Dessa feita, este capítulo discorre sobre esse movimento. As buscas foram efetuadas em duas bases de dados: “Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações” (BDTD) e “Banco de Teses e Dissertações da Capes”. A primeira base consultada foi a BDTD. Nela foi possível identificar um total de quarenta e um (41) trabalhos advindos da expressão pesquisada “cálculo mental” (assim entre aspas). Esse total estava distribuído em vinte e nove (29) dissertações e doze (12) teses. A partir dessa pesquisa, foram selecionados trabalhos de cunho histórico que, de alguma forma, faziam referência ao ensino de cálculo mental, seja diretamente no título ou no resumo. Esses trabalhos constam no quadro a seguir.

QUADRO 1: Trabalhos encontradas na BDTD.

Título	Autor	Tipo	Instituição	Ano
O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais	Cintia Gomes da Fontes	Dissertação	USP	2010
Cálculo mental nos anos iniciais do ensino fundamental: dúvidas e expectativas	Mikelli Cristina Pacito Benites	Dissertação	UNOESTE	2011

Fonte: Quadro elaborado pelo autor (2020).

Vale ressaltar que dentre as quarenta e uma (41) pesquisas que apareceram na busca, a maioria tratava de aspectos específicos os quais não são de interesse para o desenvolvimento deste trabalho. Por exemplo, algumas pesquisas tinham o objetivo de desenvolver atividades e jogos para o ensino do cálculo mental, outras tinham o viés da inclusão, entre outros aspectos. Dessa forma, as que se aproximavam mais da temática aqui posta foram as duas que se encontram no quadro anterior.

A pesquisa no Banco de Teses e Dissertações da Capes resultou em sessenta e seis (66) estudos dos quais quinze (15) dissertações se referem ao mestrado profissional, cinco (05) ao profissionalizante, trinta e duas (32) dissertações referentes ao mestrado acadêmico e quatorze (14) teses de doutorado categorias criadas pelo próprio sistema. O critério para a seleção dos trabalhos foi o mesmo utilizado no levantamento realizado na BDTD.

QUADRO 2: Trabalhos encontradas no Banco de Teses e Dissertações da Capes²².

Título	Autor	Tipo	Instituição	Ano
Cálculo mental no ensino primário (1950 - 1970) - um olhar particular para o Paraná	Danilene Gullich Donin Berticelli	Tese	PUCPR	2017

Fonte: Quadro elaborado pelo autor (2020).

Apesar de o resultado dessa segunda busca apresentar um número superior de trabalhos, apenas um deles foi de interesse desta pesquisa. Mais uma vez foi possível constatar o número reduzido de estudos em perspectiva histórica que tenham se debruçado a investigar o cálculo mental na formação de professores. Em sua maioria, os estudos inventariados tiveram como objetivo apresentar alternativas metodológicas para o ensino do cálculo mental, seja por meio de jogos ou de atividades, e outros estavam voltados à inclusão de alunos surdos ou cegos.

Como foi frisado anteriormente, foram localizadas poucas teses e dissertações que se debruçaram em investigar o cálculo mental em uma perspectiva histórica. Assim sendo, como

²² Os trabalhos de Fontes (2010), Benites (2011) e Santos (2014) apesar de aparecerem no Banco de Teses e Dissertações da Capes não aparecem neste quadro pelo fato de já terem sido apresentados no anterior.

forma de ampliar um pouco mais o leque dessas pesquisas, foi buscado pelo mesmo termo (“cálculo mental”) no Repositório Digital da Universidade Federal de Santa Catarina.

A busca resultou em quarenta e sete (47) arquivos de natureza vasta: Teses, Dissertações, Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC), artigos científicos, programas de ensino, manuais e etc. Nessa variedade de materiais, apenas três se referiam a trabalhos acadêmicos que tiveram como foco o ensino de cálculo mental. Um deles, já citado no tópico anterior, foi o trabalho de Berticelli (2017), e os outros dois foram: o TCC de Cardoso (2018) e o artigo científico de Pais e Freitas (2015).

Dessa feita, este capítulo foi dividido em dois tópicos. No primeiro foram tecidas considerações sobre as orientações para o ensino de cálculo mental a partir das pesquisas de Fontes (2010), Benites (2011) e Berticelli (2017). No segundo tópico, foram discorridas as considerações com respeito as orientações para o ensino de cálculo mental a partir das pesquisas de Pais e Freitas (2015), Pinto (2016) e Cardoso (2018).

2.1 – O cálculo mental como tema de estudo de Fontes (2010), Betines (2011) e Berticelli (2017)

A dissertação de Cintia Gomes da Fontes, intitulada “O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais”, teve como objetivo compreender e caracterizar concepções, crenças, valores, atitudes e práticas a respeito do cálculo mental nas séries iniciais do Ensino Fundamental no contexto da rede municipal de São Paulo.

O período de estudo de Fontes foi delimitado entre os anos de 1980 a 2015 tendo como justificativa que a década de 1980 foi marcada pelo Movimento da Educação Matemática no Brasil, caracterizado pela saída de pesquisadores para o exterior buscando formação específica em Educação Matemática e os primeiros movimentos de discussão sobre o ensino-aprendizagem baseados nas descobertas da psicologia do desenvolvimento. Segundo Fontes (2010), tais movimentos proporcionaram um “novo olhar sobre a relação professor aluno e saber”, tendo o “aluno como ativo nesse processo, agente da sua própria construção de conhecimento” (p. 20), alterando assim, segundo Fontes (2010), as orientações e organizações curriculares.

Fontes (2010) analisou documentos oficiais da rede municipal, questionários respondidos por professores da rede de ensino público e uma entrevista com uma professora formadora também da rede de ensino municipal de São Paulo. As fontes foram analisadas tendo

em conta a triangulação proposta por Borba e Araújo (2004) em contraste com estudos advindos da psicologia do desenvolvimento cognitivo, baseados em Piaget (1932, 1950, 1973), Kamii (1990, 1994) e Charnay (1990, 1996), além de estudos específicos do campo científico da Educação Matemática do período de 1980.

Em sua análise, Fontes (2010) constatou que tanto os documentos oficiais (programas e cursos) como os professores reconheciam a importância do trabalho em sala de aula com o cálculo mental para o processo de ensino aprendizagem. No entanto, na prática era pouco utilizado. Embora a pesquisa tenha o marco cronológico partindo do ano de 1980, a autora elaborou uma síntese sobre a inserção do cálculo mental nos programas de ensino brasileiros tomando como base outras pesquisas. Assim, a partir de Beltrame (2000), Fontes (2010) apontou, sem muitos detalhes, que a expressão cálculo mental aparece nos programas de ensino do Brasil em 1881, no programa de ensino de “Aritmética Prática” para o primeiro ano do Colégio Pedro II.

A partir do apresentado por Fontes (2010) é possível destacar que as indicações ao ensino de cálculo mental nos programas de ensino não seguem uma regularidade. Tendo sido constatada sua entrada no Brasil, conforme documentos consultados por Fontes, em 1881 no programa de ensino do Colégio Pedro II, no ano seguinte, em 1882, o programa dessa escola já não menciona o cálculo mental. Fontes afirma que o retorno desse saber se dá somente em 1899 permanecendo até 1901 em um contexto que, segundo essa pesquisadora, a ênfase era pelo ensino utilitário seguido do uso habitual do cálculo mental. Fontes (2010) afirma que, mais adiante, o cálculo mental não consta nos programas de aritmética, assim, nos programas dos anos de 1912, 1915, 1919 e 1923 a autora afirma que não foi feita nenhuma referência ao cálculo mental, voltando a ser mencionado no Programa de Ensino de Matemática do ano de 1926.

No ano de 1931, Fontes (2010) afirma ter ocorrido a primeira organização nacional do ensino no Brasil com a reforma Francisco Campos produzindo, dentre outras mudanças, a integração das disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria-Trigonometria resultando em uma única, denominada Matemática. Segundo Fontes (2010), nessa conjuntura, os documentos curriculares tinham como foco o aluno e, assim, as atividades concretas e práticas passaram a ser contempladas pelos currículos da época, “e o cálculo mental era visto com esse caráter utilitário, devendo ser aplicado em exercícios constantes e repetitivos” (FONTES, 2010, p. 69).

Fontes (2010) aponta, ainda, que durante a década de 1930 o cálculo mental estava presente nos programas de ensino tanto do secundário como também do primário, com caráter utilitário tendo seu desenvolvimento baseado na repetição e memorização de “cálculos básicos”

de forma que “as crianças se habituem a realizar os cálculos mentais de memória, valorizando a rapidez e a utilidade prática em busca de soluções únicas, apontando-nos para uma concepção tradicional de ensino” (FONTES, 2010, p. 70).

Fontes (2010) destaca, ainda, a reforma Gustavo Capanema (1942 – 1961) afirmando que nela o cálculo mental foi mantido na lista de conteúdos da Aritmética Prática do primeiro ano do curso ginásial. Em uma comparação entre as reformas Francisco Campos e Gustavo Capanema, Fontes constata que o que mudou entre elas foi a ampliação de uma mera listagem de conteúdos para discussões incluindo orientações didáticas.

Mais adiante, na década de 1960, Fontes (2010) destaca um “segundo movimento internacional de modernização do ensino da matemática” (FONTES, 2010, p.72), o Movimento da Matemática Moderna, com início na Europa e nos Estados Unidos na década de 1950. Tal movimento previa que os principais aspectos abordados nas propostas para o ensino primário e secundário deveria ser a linguagem dos conjuntos, as estruturas algébricas e a lógica matemática. Fontes (2010) afirma que, “como toda mudança, alguns problemas foram enfrentados a partir das ideias desse movimento, e tais dificuldades, obviamente, deixaram suas marcas dentro da sala de aula. O ensino ficou voltado mais para questões teóricas ligadas à própria Matemática do que à prática” (FONTES, 2010, p.72). Uma das marcas citadas pela autora foi o esquecimento do cálculo mental nos programas de ensino.

Mais adiante, tem-se o Movimento da Didática da Matemática que, segundo Fontes (2010), proporcionou o retorno do cálculo mental aos programas de ensino. Essa pesquisadora destaca, ainda, o *National Council of Teachers of Mathematics*²³ – NCTM como órgão que teve papel importante na difusão das ideias advindas desse movimento, que inicialmente estavam restritas ao ensino norte-americano, mas em seguida passaram a orientar novas propostas curriculares por todo o mundo. Fontes (2010) afirma que os estudos de John Hope e as pesquisas em Didática da Matemática no *Yearbook* da NCTM de 1986, abordavam um novo olhar para o ensino de cálculo mental.

Essas pesquisas, defendiam o ensino de cálculo mental “não somente para responder a uma demanda social, mas também porque ‘a proficiência no cálculo mental envolve uma forma de pensar que não será substituída facilmente pelos avanços da tecnologia’” (FONTES, p. 78, 2010). Ou seja, o ensino de cálculo mental na escola, nesse momento, não mais se restringia ao seu sentido utilitarista, mas tinha-se o cálculo mental como uma “forma de pensar”.

²³ Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM).

A pesquisa de Fontes (2010) aponta outros fatores que marcaram a década de 1980 no Brasil, como por exemplo a criação dos mestrados em Educação Matemática, a retomada dos encontros nacionais de professores de matemática, em 1987, e a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, em 1988. “Dentro deste novo contexto político e social houve um intenso movimento de reformas curriculares brasileiras, inclusive no tocante ao ensino de matemática, que se inspiraram nas tendências democráticas que surgiam” (FONTES, p. 78, 2010).

Essas mudanças curriculares concernentes à matemática foram analisadas por Fontes (2010) a partir de programas de ensino. Ela afirma que no programa de 1985 e de 1988 a expressão "cálculo mental" aparece como sinônimo de cálculo oral. A orientação para o trabalho com cálculo mental aparece no tópico “Operações com números naturais”. As atividades eram graduadas de acordo com as séries, essa graduação consistia no aumento das ordens dos algarismos, inicialmente eram exploradas dezenas, depois centenas e, por fim, a ordem do milhar. Havia também, segundo Fontes (2010), ênfase à importância de que os processos de cálculo mental fossem descobertos pelos alunos, sem a indicação de modelos, e do uso de problemas orais em que os alunos discutiam uns com os outros as suas estratégias.

Outra graduação consistia nas próprias atividades. Para as primeiras séries era indicado o uso de materiais concretos, fichas e representações do material no papel. Já nas séries finais os recursos eram mais abstratos e recorriam ao próprio sistema de numeração e suas propriedades, ainda que os alunos não conhecessem formalmente essas propriedades. Os registros de cálculos sem o uso de técnicas convencionais eram indicados para serem realizados na "tabela valor lugar" ou na forma decomposta dos números.

Dentre as principais características apresentadas por Fontes (2010) sobre esses programas é possível destacar o uso de materiais concretos no desenvolvimento das ideias relacionadas as estratégias de cálculo mental e o uso das propriedades do próprio sistema de numeração decimal.

Com isso, ao passo que desenvolvia a habilidade com o cálculo mental, o aluno teria contato com conteúdos que só seriam vistos em séries posteriores, desenvolvia o raciocínio e tornava o aprendizado matemático de forma significativa, concepções que estavam de acordo com os principais objetivos dos programas. Nesse processo, foi frisada a verbalização e a importância de os alunos descobrirem seus próprios procedimentos de cálculo mental.

Segundo Fontes (2010), em 1989, a Secretaria Municipal de São Paulo propôs um novo movimento, denominado Movimento de Reorientação Curricular. Dele Fontes analisou

dois documentos: o “documento 5” e o “documento 6”, datados de 1992. No documento 5, diz Fontes, a expressão cálculo mental aparece apenas uma vez e o contexto em que aparece evidencia a importância das diversas formas de resolver um mesmo problema e a discussão das estratégias entre os próprios alunos.

A autora aponta que, embora a expressão cálculo mental tenha aparecido apenas uma vez, “o documento indica que na Matemática destacam-se certas formas de pensar: compor e decompor, fazer combinações, pensar em transformações, estabelecer relações, abstrair, procurar regularidades, generalizar e deduzir. E tais formas estão diretamente relacionadas ao trabalho com cálculo mental” (p. 125). Ou seja, ainda que de forma implícita, era possível constatar a indicação do trabalho com cálculo mental em sala de aula.

Segundo Fontes (2010), o documento assume apoiar-se nas contribuições da Psicologia Cognitiva de Piaget, “que aponta para uma aprendizagem com compreensão, que é proveniente da ação e reflexão do próprio aluno”, indicando em sua bibliografia referência ao NCTM, além de autores como Jean William Fritz Piaget, Lev Semyonovich Vygotsky, Paulo Reglus Neves Freire, entre outros, e da Etnomatemática, com Ubiratan D’Ambrosio.

Com relação ao documento 6, são apresentadas poucas informações, mas Fontes ressalta que o documento também destaca a importância do cálculo mental no ensino, sendo possível essa constatação a partir de um relato em que uma professora criticava o uso “excessivo” do algoritmo justificando que na vida ele é pouco utilizado, defendendo assim, o uso do cálculo mental.

Sobre o documento Currículos e Programas (1995 e 1996), Fontes (2010) destaca que ele foi produzido pela Diretoria de Orientação Técnica da Superintendência Municipal de Educação de São Paulo e que ele “apresenta semelhanças com os documentos do período anterior e, inclusive, recomenda a consulta do documento 5 (1992), do material de Implementação de Matemática (1988) e do Programa de 1º grau (1985), ressaltando que é imprescindível que o estudo do material esteja acompanhado desses documentos” (FONTES, 2010, p. 125-126). Dessa feita, pode-se considerar que esses documentos não representam rupturas de ideias e nem aversão, mas consistem em continuidades e, por assim dizer, extensão das ideias iniciais do movimento que ocorria na década de 1980.

Segundo Fontes (2010), nos documentos Currículos e Programas de 1995 e de 1996 foi enfatizado o trabalho com o cálculo mental; eram contrários ao treino de técnicas operatórias convencionais ou cálculos mecânicos com lápis e papel, ressaltando que tais procedimentos acabavam resultando em treinamento e não em aprendizagem. A autora aponta também um

indicativo da construção das técnicas operatórias a partir da resolução mental do educando, e que o desenvolvimento do cálculo mental proporcionaria compreensão das regras do sistema de numeração, exercitaria o raciocínio e aumentaria sua autoconfiança. Fontes (2010) chama atenção ainda para o fato da oposição que o documento faz sobre a memorização dos fatos fundamentais, os quais, no entanto, foram citados como importantes e fundamentais para o desenvolvimento do cálculo mental nos programas anteriores.

Fontes (2010) também examinou os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, e constatou que o conceito cálculo mental também aparece no tópico “Operações com números naturais” e que “para o desenvolvimento do cálculo mental é indicada a necessidade primeira de dominar a contagem e as combinações aritméticas básicas, como as tabuadas e listas de fatos fundamentais, construídos com compreensão e não simplesmente com memorização” (p. 129). As atividades consistiam em construir os fatos fundamentais, utilizar estimativas e realizar cálculos a partir de estratégias pessoais.

Com relação ao documento “Orientações Curriculares – Proposição de Expectativas de Aprendizagens” (2007), Fontes (2010) afirma que havia “um grande investimento na questão do cálculo mental dentro da proposta do documento” (p. 128). Segundo Fontes (2010), a expressão "cálculo mental" apareceu explicitamente apenas uma vez, mas ainda assim foi possível constatar um trabalho implícito com o cálculo mental em momentos em que era indicado o “desenvolvimento de habilidades como compor/juntar elementos de uma coleção, para que fique com a mesma quantidade de outra, além de realizar estimativas que envolvam medidas” (p. 128).

Elementos como a construção dos fatos fundamentais da adição, subtração, multiplicação e divisão, e o fato de não trabalhar inicialmente com os algoritmos de cada operação, também foram citados por Fontes (2010) como indicativos de um trabalho com o desenvolvimento do cálculo mental. A autora destaca ainda uma outra concepção em que o cálculo mental aparece como forma de verificação e controle das operações fundamentais. Além disso, Fontes destaca que o documento “Orientações Curriculares – Proposição de Expectativas de Aprendizagens” (2007) apresentava uma indicação do esquema publicado no Yearbook do NCTM de 1989 o qual fazia “relações entre problema, cálculo mental, exato, aproximado, escrito, algoritmo, estimativa, calculadora e computador” (p.128).

Essas ideias implícitas que levam Fontes (2010) a caracterizar o uso do cálculo mental mesmo quando ele não é citado explicitamente, podem ser consideradas como aqueles elementos que se decantaram ao longo dos anos com relação ao que era indicado para o

desenvolvimento do cálculo mental. Nos primeiros anos de seu aparecimento aqui no Brasil a partir dos documentos analisadas por Fontes (2010), pode-se considerar que o cálculo mental chega no currículo de forma sutil, sem muitos elementos para caracterizar o seu papel no ensino e na formação.

Entre idas e vindas, ele aparece, inicialmente, com o sentido utilitarista, característica do ensino de matemática no final do século XIX e início do século XX, configuração que parece perdurar até meados desse século, baseado na memorização e repetição a partir de exercícios e problemas. O ato de ensinar cálculo mental parecia decorrer do saber efetuar cálculos mentais, sem uso de qualquer instrumento para, então, treinar os alunos para o desenvolvimento da mesma habilidade. Nos termos das referências teóricas mobilizadas nesta pesquisa, ao que parece, do "saber fazer" deriva o "saber ensinar". Em outras palavras, o saber *para* ensinar se "confunde" com aquele que deveria ser ensinado.

Em meio ao Movimento da Matemática Moderna o cálculo mental outra vez "sai de cena". Seu retorno aos programas e livros didáticos, aponta Fontes (2010), ocorre na década de 1980 com um novo movimento que se instaura, o Movimento da Didática da Matemática, desta vez de forma diferente, para além de um saber a ser ensinado, o cálculo mental assume o papel de um recurso para o ensino de matemática e, dessa forma, outros elementos passaram a compor o ensino do cálculo mental.

A memorização perde espaço para a compreensão, o treinamento perde espaço para um trabalho gradual de desenvolvimento de técnicas em um contexto em que o aprendizado é visto como processo, tendo por base a construção com vista em um aprendizado significativo.

Nesse sentido, para ensinar é preciso dispor de outros recursos, como materiais concretos, recursos gráficos e tabelas. A postura do professor passa, agora, de um resolvidor de cálculos mentais sem uso de recursos materiais que ensina tal habilidade a seus alunos a articulador, que conhece bem as propriedades do sistema de numeração, não para expor aos alunos, mas como forma de disparar situações que tornassem possíveis aos alunos a construção de fatos fundamentais das operações, desenvolvendo as relações mentais necessárias para a construção e compreensão das técnicas operatórias. Trata-se, portanto, da apropriação de um saber *para* ensinar cálculo mental, um saber a ser ensinado que requer a apropriação de saberes específicos para seu ensino.

É possível afirmar, ainda, que o cálculo mental, a partir da pesquisa de Fontes (2010), era um saber que deveria ser ensinado ao mesmo tempo em que era uma ferramenta no

desenvolvimento do próprio aprendizado matemático, essas características parecem se estender até os anos 2000.

A pesquisa “Cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental: dúvidas e expectativas” de autoria de Mikelli Cristina Pacito Benites teve por objetivo investigar os procedimentos adotados pelo docente para o ensino do cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Benites (2011), em sua pesquisa, constatou que os professores não trabalham com o cálculo mental em sala de aula e talvez isso ocorra devido ao fato de ele não ser tema tratado na formação desses professores, acarretando em incertezas e receios nos professores em trabalhar em sala de aula com o ensino desse saber.

Por outro lado, embora o objetivo de Benites (2011) tenha um caráter mais voltado para a prática docente com respeito ao ensino de cálculo mental no ano de 2011, a autora aponta que o ensino de cálculo na escola sempre esteve relacionado a questões referentes ao cotidiano, citando como exemplo as obras “Exame de artilheiros” (1744) e “Exame de bombeiros” “1748 de Alpoim, em que “o ensino do cálculo buscava na guerra, mediante a necessidade de proteção, o sentido para a sua aprendizagem” (p. 25).

Assim, Benites (2011) ressalta que o mesmo ocorre com o cálculo mental, o seu aprendizado acontece devido a sua importância no dia a dia, enfatizando que “constantemente utilizamos em nosso cotidiano e sua praticidade/necessidade constitui argumento para se incorporar como conteúdo a ser tratado nas escolas” (p. 22). Nesse sentido, aponta que “o objetivo principal de trabalhar com o cálculo mental é fazer com que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados à situação problema, aos números e às operações nela envolvidos” (p. 22).

Benites (2011), apresenta ainda, uma “retrospectiva histórica” do ensino de cálculo mental nas propostas educacionais brasileiras. Da mesma forma que Fontes (2010), Benites (2011) expõe elementos em que é possível compreender diferentes características com respeito ao ensino de cálculo mental.

A autora chama atenção para a entrada e saída da expressão “cálculo mental” nos programas de ensino corroborando Fontes (2010) sobre o ano de 1881 com o programa de ensino do Colégio Pedro II ressaltando que nos anos de 1892, 1893, 1897 e 1898 nenhuma referência ao ensino de cálculo mental foi realizada.

Tendo sua volta aos programas de ensino oficiais em 1899, 1900 e 1901 em um contexto em que o ensino deveria tornar-se “utilitário” por meio de “numerosos exercícios de aplicação”, afirma a autora que o ensino de cálculo mental assumia essa característica.

Novamente, nos programas de ensino de 1912, 1915, 1919 e 1923, ela afirma que não é feita nenhuma referência ao ensino de cálculo mental.

No ano de 1931, com a Reforma Francisco Campos, Benites (2011) afirma ter havido outra reforma no ensino que favoreceu o retorno do cálculo mental aos programas de ensino. Em um contexto marcado pelos ideais do Movimento da Escola Nova, em que se tinha como vertente principal a ação do aluno e o seu interesse, o ensino de cálculo mental ainda apresentava as características do movimento anterior, baseado na memorização e repetição. Embora a orientação estivesse voltada para um ensino que favorecesse o interesse do aluno, os problemas eram mais relacionados a vida adulta do que aos aspectos da criança.

Em 1942, Benites (2011), assim como Fontes (2010), aponta a Reforma Gustavo Capanema como importante às reformas ocorridas no ensino de matemática. Ela afirma que é possível verificar a manutenção do cálculo mental entre os temas a serem trabalhados na Aritmética Prática: “a metodologia nesta proposta está voltada à fixação dos conteúdos através de exaustivos e intensos treinos” (p. 29).

A autora aponta ainda que no referido período, década de 1940, o ensino de cálculo mental deveria ser realizado através de problemas apresentando-se como um treino e desenvolvimento do raciocínio, com uma preocupação “voltada para a mecanização e treino das técnicas para operacionalizar, não demonstrando qualquer preocupação com o raciocínio e o cálculo” (BENITES, 2011, p. 29). Embora os problemas tivessem que ser relacionados à vida real, o que mostra a ênfase dada ao caráter utilitário do ensino de matemática, ainda assim era um ensino com suporte à memorização e repetição.

De forma semelhante ao apontado por Fontes (2010), Benites (2011) afirma que durante o Movimento da Matemática Moderna o cálculo mental sai de cena e não é mais feita menção ao seu ensino durante esse período. Benites (2011) aponta que esse cenário começa a ser alterado a partir de 1971 com a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 5692/1971), as orientações aos professores foram “consubstanciadas nos Guias Curriculares Propostos para as Matérias do Núcleo Comum do Ensino de 1º grau, conhecido entre os docentes como o ‘Verdão’” (BENITES, 2011, p. 31).

A autora aponta que, nessa proposta, passou-se a ser privilegiado a manipulação de instrumentos e materiais didáticos tendo um ensino concreto. Assim, é possível notar que mudou o significado de ensino concreto, anteriormente pautado na proposição de problemas relacionados à vida, para a manipulação de materiais. Essa mudança, na pesquisa de Berticelli

(2017), é possível notar que ocorre gradualmente a partir da década de 1950, quando a manipulação de objetos era indicada sempre que o aluno não compreendesse a operação mental.

Diferentemente do Fontes (2010), Benites (2011) não apresenta características do ensino de cálculo mental na década de 1980, mas aponta que em 1997, nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, os autores mencionam a falta de prática do cálculo mental nas escolas e “justificam a necessidade do conteúdo não só pela dimensão utilitária do cálculo mental, mas também, pelo destaque dado ao seu valor cognitivo” (p. 32) corroborando Fontes (2010) ao se referir ao "novo olhar" dado ao ensino de cálculo mental a partir das pesquisas do NCTM e de John Hope.

Outro trabalho examinado foi o de autoria de Danilene Donin Berticelli com o título “Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná”, que teve por objetivo investigar as finalidades do cálculo mental no Ensino Primário no período de 1950 – 1970.

A autora apresentou como hipótese que o cálculo mental era usado no ensino de resolução de problemas como ferramenta pedagógica com o objetivo de auxiliar na contextualização e compreensão da operação, buscando dar sentido e significação à matemática. Como referencial, Berticelli (2017) utilizou Chartier (1990) para tratar da História Cultural, Piaget (1975, 2005, 2014) para discutir o desenvolvimento cognitivo da criança, Pinto (2007, 2010, 2014, 2016) e Valente (2003, 2004, 2007, 2008, 2010, 2015, 2016) para tratar da História da Educação Matemática.

De antemão vale frisar que esse marco cronológico, 1950 – 1970 não foi explorado por Fontes (2010). Dessa forma, a leitura do trabalho de Berticelli ampliou a perspectiva das orientações sobre como se deu o ensino de cálculo mental no decorrer do tempo. Outro ponto que merece destaque é o fato de Fontes (2010) afirmar que durante o Movimento da Matemática Moderna o cálculo mental saiu de cena dos programas de ensino e de manuais pedagógicos, abrangência da pesquisa de Berticelli.

A pesquisa de Berticelli (2017), por sua vez, evidencia, ainda na década de 1960, alguns programas de ensino e manuais pedagógicos que teceram orientações sobre o ensino de cálculo mental. Vale ressaltar que com relação ao ano de 1970, Berticelli constatou indicação referente ao trabalho com o cálculo mental apenas em um estado, Brasília – DF.

Berticelli (2017) apresenta sua concepção com respeito ao cálculo mental a partir do que constatou nos programas: “entendemos o cálculo mental como um conjunto de procedimentos de cálculo que podem ser analisados de forma diferente pelas crianças na busca

de resultados exatos ou aproximados, em geral resolvidos de cabeça” (p. 65). A autora analisou os programas dos seguintes estados: Paraná (PR), Rio de Janeiro (RJ), Rio Grande do Sul (RS), Minas Gerais (MG), Mato Grosso (MT) e Rio Grande do Norte (RN).

Em sua análise constatou que durante a década de 1950 o ensino de cálculo mental tinha como base achar o complemento aritmético dos nove primeiros números inteiros, cálculo oral com o auxílio de material concreto quando necessário, mas não explicita qual o material seria utilizado, adestramento do cálculo mental, significação social dos fatos, formas abreviadas do cálculo de forma que proporcionasse a rapidez, variedades de procedimentos de cálculo mental, e treino intensificado de cálculo abreviado.

Essas foram as principais orientações apontadas por Berticelli (2017), presentes nos programas de ensino dos estados citados anteriormente durante os anos de 1950 e 1951. Essas orientações revelam um cálculo mental baseado na repetição e que tinha como objetivo desenvolver rapidez e evidenciar a utilidade da matemática nas situações diárias. Segundo Berticelli (2017, p. 62), “também se considerava a função do cálculo mental como auxílio ao aluno na resolução de qualquer problema (evitando o cálculo mecanizado) e igualmente aplicar o cálculo em situações práticas do cotidiano, não se limitando somente ao ensino da operação”.

Dessa forma, o “cálculo mecanizado” parece que seria superado ao propor cálculos em contextos que fossem relacionados ao cotidiano. Assim, é possível inferir que o cálculo mental era indicado pelos programas e manuais pedagógicos para dar sentido utilitário ao ensino de matemática e também como um importante recurso na resolução de problemas do cotidiano. No entanto, a sua forma de ensinar consistia na proposição de problemas orais repetitivos, com materiais concretos, quando necessário, e seu maior objetivo era possibilitar ao aluno a percepção de que o estudado na escola era útil também fora dela.

Os programas da década de 1960 e os manuais não parecem distinguirem-se demasiadamente da forma apresentada em 1950 e 1951. Neles foram orientados o treino intenso por meio de problemas orais e “reais” que envolvessem situações do próprio contexto. Esses problemas deveriam ser referentes a pequenas quantias, mas era necessário desenvolver a rapidez em suas soluções. Esse treino possibilitaria uma revisão dos fatos fundamentais, o desenvolvimento do raciocínio, cálculos automáticos de forma que os alunos chegassem a um nível em que responderiam com “exatidão e velocidade” os problemas propostos. A dificuldade dos problemas deveria aumentar gradativamente de acordo com as séries, esse aumento da dificuldade estava atrelado ao aumento da ordem dos algarismos.

Berticelli (2017, p.65) aponta que “em todos os programas percebemos um trabalho com o cálculo mental, normalmente, contextualizado em uma situação problema, real, prática, presente na vida do aluno²⁴”. Assim, é possível inferir que o cálculo mental no período delimitado tinha ainda aquele caráter utilitarista já apontado por Fontes (2010) em programas de ensino de São Paulo em período anterior. A repetição e a verbalização também foram características identificadas por Fontes (2010), no entanto, Berticelli (2017) afirma que, nos programas por ela analisados, a memorização era uma etapa posterior à compreensão; era necessário compreender o cálculo mental e posteriormente realizar a memorização por meio da repetição.

Segundo Berticelli (2017), nesse contexto “havia uma preocupação com o ensino da matemática no sentido de que este deveria ser algo representativo na vida do aluno, um ensino que tivesse uma motivação e uma aplicação prática na vida” (p. 67), o que pode justificar as orientações com respeito ao ensino de cálculo mental no período, uma vez que os programas e manuais analisados pela autora destacavam a importância de associá-lo sempre a situações cotidianas.

Nesse sentido, é possível inferir que, para ensinar, o professor deveria dispor de problemas orais contextualizados com situações cotidianas de forma que proporcionasse ao aluno vislumbrar que o que se aprendia na escola era também utilizado em situações fora da escola. Esses problemas deveriam também desenvolver o raciocínio do aluno, e sua repetição não deveria ter um fim em si mesmo, de apenas decorar os procedimentos de cálculo mental, mas consistia em uma forma de tornar mais rápido e efetivo o cálculo mental. A autora afirma ainda que por meio do trabalho com o cálculo mental os fatos fundamentais eram revisados e exercitados.

Assim, embora ainda tendo como base a repetição e a memorização o aprendizado significativo passa a fazer parte do processo de construção desse saber, o qual seria possível quando o aluno conseguisse estabelecer relações entre o que era aprendido na escola e o que era utilizado em suas relações sociais para além de referências incipientes entre a escola e o mundo exterior. Parece que o cálculo mental, a partir da década de 1950, passa a desempenhar um papel pedagógico no ensino.

Dessa feita, é possível afirmar que o professor deveria saber resolver cálculo mental, mas não apenas isso, deveria articular o cálculo mental com as principais atividades realizadas

²⁴ Vale ressaltar que os problemas, a partir do apresentado por Berticelli (2017), não estavam relacionados ao cotidiano da criança, mas sim do adulto, uma vez que “o estímulo ao cálculo mental se apresentou como uma forma de preparar os indivíduos para os desafios da vida cotidiana e atender aos anseios da comunidade” (p. 62).

fora da escola. Berticelli (2017) aponta que essas ideias, em geral, envolviam o sistema monetário e métrico da época. Portanto, no contexto apresentado por Berticelli (2017) é possível constatar a sistematização de saberes para o ensino de cálculo mental, bem como a sistematização de um cálculo mental para ensinar, com um papel de dar significado ao aprendizado matemático em superação ao ensino “mecanizado”.

2.2 – O cálculo mental como tema de estudo de Pais e Freitas (2015), Pinto (2016) e Cardoso (2018)

Como foi frisado anteriormente, foram localizadas poucas teses e dissertações que se debruçaram a investigar o cálculo mental em uma perspectiva histórica. Assim, como forma de ampliar um pouco mais o leque dessas pesquisas, foi buscado pelo mesmo termo (“cálculo mental”) no Repositório Digital da Universidade Federal de Santa Catarina.

A busca resultou em quarenta e sete (47) arquivos de vasta natureza: Teses, Dissertações, Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC), artigos científicos, programas de ensino, manuais e etc. Nessa variedade de materiais, apenas tiveram como foco o cálculo mental. Um deles, já citado no tópico anterior, foi o trabalho de Berticelli (2017), e os outros dois foram: o Trabalho de Conclusão de Curso de Cardoso (2018) e o artigo científico de Pais e Freitas (2015).

A pesquisa de Pais e Freitas (2015) aborda a institucionalização do ensino do cálculo mental que se dá no final do século XIX, segundo eles. Registros sobre o ensino desse saber foram localizados três séculos antes, afirmam Pais e Freitas (2015), lá no século XVI²⁵. Nesse tempo aprender a contar implicava, de parte dos pais interessados, no pagamento de uma taxa extra aos inspetores de ensino, isto é, o cálculo mental era um artigo reservado a poucos. Pais e Freitas (2015) afirmam que na França esse modelo perdurou até o século XVIII.

De acordo com Pais e Freitas, não só os primeiros registros por eles encontrados, a partir do dicionário de Ferdinand Buisson (1987) sobre cálculo mental tem “origem” na França, mas a institucionalização desse saber se dá também nesse país em primeira mão. Só então ela se difunde para outros, como o Brasil, por exemplo. Dizem esses pesquisadores que a partir da

²⁵ “Um dos aspectos relevantes para ampliar a instrução primária popular consiste, nesse aspecto do cálculo mental, em ter sido concebido como uma extensão do ensino geral. Em outros termos, como se fosse um acréscimo ‘curricular’ ao restrito plano de estudo capaz de motivar um pagamento extra pelas famílias que quisessem e pudessem proporcionar esse desenvolvimento intelectual para seus filhos. Antigos inspetores franceses deixaram registrado que as famílias interessadas deveriam pagar uma taxa extra ao professor se quisessem que seus filhos dominassem a aritmética” (PAIS; FREITAS, 2015, p. 118, grifos dos autores).

lei de 15 de março de 1850 o cálculo elementar passa a compor o rol das rubricas obrigatórias do ensino francês.

Os autores relatam que essa exigência desencadeou uma dificuldade em estabelecer o método a ser utilizado para ensinar as primeiras operações, sendo o uso do cálculo mental uma forma de sanar tal dificuldade, ou seja, “o recurso ao *cálculo mental* torna-se uma opção para atender a referida legislação” (PAIS; FREITAS, 2015, p. 121, grifos dos autores). Outro decreto favorável a institucionalização do cálculo mental na França foi o de 21 de março de 1855 determinando que o ensino de cálculo elementar nas salas de asilo²⁶ deveria envolver:

*números simples, sua representação por algarismos arábicos, adição e subtração ensinada com a ajuda do ábaco, a tabela de multiplicação **aprendida mentalmente** com ajuda de cantos, a explicação dos pesos e medidas com ajuda de sólidos ou tabelas* (PAIS; FREITAS, 2015, p. 121, grifos dos autores).

Relatam os autores que uma década depois o ensino de cálculo estava presente nas escolas normais primárias e os exercícios práticos realizados mentalmente faziam parte dos exames de admissão nesses estabelecimentos. Esses pesquisadores relatam, ainda, que nos países em que o ensino primário estava sendo institucionalizado, caso do Brasil, o cálculo mental aparece gradativamente compondo o rol das rubricas obrigatórias.

Pais e Freitas (2015) apontam que a institucionalização do cálculo mental no ensino e/na formação de professores aconteceu, aqui no Brasil, no final do século XIX. A partir da década de 1860 é possível localizar os primeiros registros do ensino do cálculo mental. Inicialmente em cursos particulares, como foi o caso do curso particular noturno no Rio de Janeiro, em 1862, ministrado por Eduardo de Sá e Benjamin Constant e, mais tarde, em 1968, outro curso com os mesmos aspectos, dessa vez um curso ministrado pelo professor Antonio Augusto Nogueira no Collégio União, em São Paulo.

Os registros não param por aí. Segundo Pais e Freitas eles são indicativos de um movimento inicial do processo de institucionalização do cálculo mental. Em 1872, relatam Pais e Freitas (2015), o cálculo mental é citado no programa de ensino da Escola Noturna de Adultos da Sociedade Auxiliadora da Indústria Nacional, no Rio de Janeiro. Em 1874, o cálculo mental aparece no programa de ensino da Escola Normal da Província do Maranhão e, em 1878, no Collegio Puljol, no Rio de Janeiro.

Além de referências ao cálculo mental nos programas de ensino, Pais e Freitas (2015) apontam também alguns livros que se debruçaram ao ensino desse tema, são eles: “Curso

²⁶ “Estas são instituições que precederam a instalação das primeiras escolas maternais francesas e que se destinavam a proteger e instruir filhos de operárias” (PAIS; FREITAS, 2015, p. 121).

elementar de arithmetica e do cálculo mental” (1880), cuja autoria foi do professor Manoel Ribeiro de Almeida; “Cálculo mental, tratado de aritmética y sistema métrico decimal” (1876), escrita por M. Fernandez; “Cálculo mental e o uso do contador mecânico ou arithmetico no ensino elementar da arithmetica” (1885), obra traduzida e adaptada pelo professor José Carlos de Alambary Luz; e, a obra de Olavo Freire da Silva, intitulada “Arithmetica Intuitiva” (1910), composta por três volumes, apresenta nos dois primeiros volumes exercícios de cálculo mental.

Os registros anteriores mostram como foi que o cálculo mental começou a ser inserido na formação de professores e/ou do ensino de matemática, mas isso se concretizou, de fato, com a Reforma Benjamin Constant, em que a prática do cálculo mental se tornou regular, pois a partir da segunda classe do curso elementar, no curso médio e no curso superior, ou seja, em praticamente todo o ensino primário, ele aparece como obrigatório nos programas de ensino de aritmética (PAIS; FREITAS, 2015).

Segundo Pais e Freitas (2015), o cálculo mental nesse período era utilizado como uma forma de atender aos ideais do método de ensino intuitivo, o qual estava baseado na valorização de procedimentos espontâneos no ensino dos números e das operações. Além disso, é possível identificar ainda uma valorização do cálculo mental com a Reforma Benjamin Constant, que segundo os autores tinha um caráter pragmático, valorizando um aspecto concreto no estudo dos números e das operações.

Pais e Freitas (2015, p. 16) afirmam que “quanto à valorização dos aspectos práticos e concretos no ensino da aritmética, sendo outra orientação defendida com base no método intuitivo, ao que tudo indica, alguns autores se apropriaram dessa indicação com o entendimento de que, para atendê-la, seria necessário o aluno fazer um grande número de exercícios”. Assim, parece que as características do cálculo mental naquele período consistiam na espontaneidade e concretude tendo como base a repetição de exercícios, um ensino ainda que tinha como base a memorização.

Uma outra pesquisa selecionada foi a de Pinto (2016). Embora não tenha resultado da busca realizada no Repositório Digital da UFSC, seu acesso foi possível a partir da pesquisa de Cardoso (2018). Esse artigo apresenta uma análise referente ao Programa do Ensino Primário do estado do Paraná de 1950 e de dois manuais pedagógicos que, segundo a autora, tiveram grande circulação em cursos de formação de professores primários. Assim, "olhando" para meados do século XX, Pinto (2016) afirma que,

De elemento natural do método intuitivo, o cálculo mental foi assumindo características da escola ativa, aprimorando-se face as complexidades das operações aritméticas e a rigorosidade da observação, assumindo um papel

relevante na resolução de problemas e no desenvolvimento de percepções inteligíveis para os raciocínios requeridos (PINTO, 2016, p. 13).

A autora afirma que nesse período o cálculo mental “apresentava-se como uma nova conduta no processo de aprendizagem, um saber prático, instrumental como era vista a Aritmética nesses tempos de escola ativa, um saber imprescindível às lides da vida cotidiana” (p. 7). Nesse sentido, Pinto (2016) aponta que o cálculo mental era considerado como uma ferramenta para a resolução de possíveis problemas matemáticos da vida cotidiana.

Na concepção de Pinto (2016), o cálculo mental é denominado de cálculo oral enquanto o cálculo escrito é denominado cálculo dos algarismos. Esse último é enfatizado pela pesquisadora por ser efetuado no papel. No entanto, afirma que todo cálculo é mental, mesmo o escrito, desde que ele seja realizado de forma livre, “sem convenções impostas para o pensamento”. Apontando ainda que, no cálculo escrito ou dos algarismos, os problemas são mais “complicados” e os números utilizados são maiores.

Pinto (2016) afirma que o programa de ensino do Paraná de 1950 recomendava para o 1º ano “o uso do cálculo mental para o desenvolvimento da rapidez das operações e para abreviá-las na resolução de problemas” (p. 8-9). Os exercícios eram do tipo:

Achar o complemento aritmético dos nove primeiros números inteiros: 1 – 9, 2 – 8, 3 – 7; contagem rítmica de 2 em 2, de 5 em 5, etc; cálculo oral e escrito, com o auxílio de material concreto somente enquanto for necessário, de adição e subtração em que não se exceda a 19. Ainda no quesito Matérias é recomendado como cálculo oral: arredondar um número, isto é, ver quanto lhe falta para chegar à dezena seguinte (PINTO, 2016, p. 9).

É possível identificar inicialmente uma espécie de preparação dos alunos para o exercício do cálculo mental com o “complemento aritmético” e a “contagem rítmica”. Para o cálculo oral e escrito sugerem o uso de material concreto, mas não explicitam qual. Um ponto que chama atenção é o fato de o cálculo mental e escrito das operações de adição e subtração não excederem ao número 19, o que leva a crer que não existia distinção, nesse momento, entre o cálculo mental e o cálculo escrito quanto a especificidade dos valores a serem tratados.

Para o 2º ano, Pinto (2016) afirma que o programa sugeria, para o desenvolvimento do cálculo mental, que as atividades simulassem compra e venda de objetos e que exigissem estimativas e raciocínios para dar o troco, também invenção de problemas aritméticos, de historietas curtas envolvendo cálculos das quatro operações, sem uso de papel. Nesse sentido, pode-se perceber uma tentativa de envolver o cálculo mental em situações cotidianas do aluno.

Para o 3º ano, Pinto (2016) informa que o programa apontava que deveria haver a aquisição de rapidez com o cálculo mental, sendo justificado por sua necessidade na vida diária. Além de sugerir uma variedade de atividades práticas relacionadas à vida cotidiana que

recorriam ao uso de estimativas e práticas de cálculo mental. Aqui não foi possível identificar quais operações eram cobradas nas atividades.

Já para o 4º ano, as atividades parecem exigir mais dos alunos, envolvem problemas de natureza variada, não estavam restritas as operações de adição e subtração. Nessa fase, Pinto (2016) assegura que o programa propõe,

atividades que envolvem situações reais como a comparação de gastos no planejamento de festas escolares, em atividades do banco escolar, cooperativa escolar, planejamento de viagem, contabilidade de despesas de transporte, compra de matérias escolares etc., situações em que serão trabalhados temas como razões, proporções, regra de três, juros, percentagens, desconto, câmbio, itens compreendidos no programa prescrito (PINTO, 2016, p. 9).

E nos manuais, o que era indicado? Pinto (2016) aponta que no manual de D'Ávila (1955), intitulado “Práticas Escolares”, não existe uma recomendação explícita de cálculo mental, mas existe alguns exercícios orais que o autor denomina de exercícios de logicidade e há também uma nota de sugestão de leituras e uma citação que o autor faz que diz “As lições de Aritmética, em todas as classes, devem ser precedidas de exercícios de cálculo mental, concreto e abstrato, a fim de acordar e preparar a mente infantil, para as operações a efetuar – Ev. Backheuser (p. 295)” (PINTO, 2016, p. 10).

Já o manual de Everardo Backheuser (1946), intitulado “Aritmética da Escola Nova”, apresenta alguns apontamentos sobre o cálculo mental. Pinto (2016) afirma que Backheuser (1946) defende a prática da tabuada, da memorização, do raciocínio e do sentido prático da vida. E enfatiza que “o exercício da repetição (cálculo mental ou tabuada) é indispensável, por seu caráter prático de auxiliar no desenvolvimento da inteligência da criança” (p. 11). Assim, parece que no manual de Backheuser (1946) a memorização e a repetição, assim como no programa de 1950, consistiam em elementos fundamentais para o desenvolvimento do cálculo mental.

A pesquisa de Cardoso (2018), “Cálculo mental: disciplina mental, cálculo rápido”, teve como objetivo analisar como se apresenta o Cálculo Mental e seus desdobramentos relativos ao ensino das revistas pedagógicas. O autor analisou as orientações sobre o ensino de cálculo mental nas revistas pedagógicas dos estados de Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo, do período delimitado entre os anos de 1920 a 1970.

Segundo Cardoso (2018), nesse período, os problemas de cálculo mental “eram problemas simples, evoluindo aparentemente, uma operação simples, de adição ou subtração, multiplicação ou divisão, motivadas por algo que tivesse um significado prático, uma utilidade prática na vida do aluno” (p. 41). Essas características foram também frisadas nas pesquisas de

Fontes (2010), Pinto (2016) e Berticelli (2017), o que não deixa dúvidas que a principal característica do cálculo mental, entre 1920 e 1970, estava atrelada a sua utilidade prática, haja vista a importância, no período analisado, de um ensino baseado na utilidade prática.

Diante do exposto pelo autor, é possível constatar que nas revistas de ensino, as orientações para ensinar cálculo mental consistiam na utilização de problemas orais em que a “rapidez” e a “exatidão” deveriam ser exploradas. “Quanto mais falado, quanto mais discutido, mais desenvolvida seria a habilidade de realizar cálculos mentalmente” (CARDOSO, 2018, p. 41). Outra característica é o fato de que o professor era orientado a não expor os procedimentos e deixar que os alunos elaborassem seus próprios caminhos.

Havia a indicação também de cálculos abreviados. A partir dos recortes que Cardoso (2018) apresentou, é possível constatar que esses cálculos eram baseados nas propriedades do sistema de numeração decimal, no entanto, não indicavam que estavam sendo empregadas essas propriedades, e o seu uso tinha como objetivo um cálculo mental mais rápido.

Para multiplicar por 15, por exemplo, era sugerido que bastava multiplicar por 10 e somar o resultado a sua metade, justificando que 15 é o mesmo que $10 + 5$. Assim, esses cálculos abreviados, em geral, eram regras para números específicos as quais baseavam-se nas propriedades do sistema de numeração decimal e o seu emprego tinha como objetivo garantir a rapidez na realização de cálculos mentais, o que ajudaria a resolução de problemas fora da escola e dos próprios problemas “escritos”, como eram denominados os problemas que não envolviam cálculo mental.

As orientações para o ensino de cálculo mental contidas nas revistas analisadas por Cardoso (2018), ressaltavam que o professor deveria proporcionar aos alunos situações em que eles descobrissem seus próprios caminhos na descoberta de estratégias para realizar cálculos mentais, e isso pode ser constatado na maioria das revistas. Assim, parece que as diferentes formas de realizar cálculos mentais apresentadas nas revistas eram para que o professor desenvolvesse com o aluno, não como uma regra, mas como uma forma de mostrar aos alunos diferentes possibilidades.

Para além dos problemas orais, é possível identificar, também, exercícios em forma de expressões numéricas em que era exigido o emprego do cálculo mental. A contagem rítmica também era uma forma de desenvolver esse saber e a utilização de materiais era indicada sempre

que fosse encontrada dificuldade pelo aluno na resolução. Assim, parece que o material era utilizado como uma forma de concretizar²⁷ a ideia e possibilitar, posteriormente, a abstração.

Durante a década de 1920, o ensino estava pautado na ação do aluno, uma característica advinda do Movimento Escolanovista. Nesse sentido, segundo Cardoso (2018), as orientações para o ensino de cálculo mental atendiam a isso sugerindo que o professor proporcionasse “grande movimentação” e exercitasse a “manifestação de todos os alunos”, estimulando a “espontaneidade” e, assim, lhes proporcionasse o “prazer de descobrir o caminho”.

Dessa forma, o ensino de cálculo mental deveria ocorrer a partir da resolução de problemas orais, que envolvessem situações de compra, peso e medidas, o que estava atrelado ao cotidiano do adulto. A utilização desses problemas orais “exercitaria a inteligência”, “aguçaria a vivacidade” e “habilitaria os alunos a encontrarem solução por esforço próprio”.

Diante do exposto por Cardoso (2018) é possível constatar que o ensino de cálculo mental deveria ser diário, e deveria acontecer a partir de cálculos abreviados, contagens rítmicas, exercícios orais em forma de expressões numéricas. Esse trabalho com o cálculo mental possibilitaria, mais tarde, “respostas prontas, rápidas e seguras”, o que seria “útil na vida prática” e um “auxiliar na resolução de problemas escritos”. Nesse processo de desenvolvimento do cálculo mental, o professor deveria dar tempo ao aluno para refletir.

Outro aspecto, a partir do exposto por Cardoso (2018), que vale ser frisado é que as orientações chamavam atenção para a importância de o professor descobrir o interesse dos alunos e que usasse jogos e brinquedos. Sobre os jogos e brinquedos, não foram indicados quais seriam e nem como seria o ensino de cálculo mental a partir deles.

Com relação a década de 1930, o autor apresenta revistas dos anos de 1931 e 1932, período em que o ensino de aritmética deveria ocorrer de forma concreta. Assim, o professor deveria possibilitar aos alunos situações em que fossem utilizados os sentidos (tato e vista) na aquisição das noções, caminhando progressivamente até a concepção abstrata. As orientações postas nas revistas enfatizavam a importância na atividade dos alunos, orientando, dessa feita, que o professor despertasse e ativasse a curiosidade dos alunos.

É possível identificar a indicação de materiais como tornos, grãos, carretéis, vasilhos, argolinhas, conchas, dominós, rolhas etc. Foi indicado, ainda, o trabalho com contagem rítmica,

²⁷ O termo concretizar aparece tanto nas orientações do período de 1890 a 1920, como também no período da década de 1930, porém com significados distintos. No primeiro período citado, o concretizar estava ligado a repetição, memorização. No segundo período, o termo está ligado a manipulação de um material de forma que o aluno visualizasse a operação.

adições de números com dezenas fechadas, ou seja, sem sobras; adições em que apenas um dos números tinha a dezena fechada; e, adições com centenas fechadas. Foi sugerido também o “método do número arredondado”, que se baseava na compensação. Por exemplo, adicionar 9 é o mesmo que adicionar 10 e subtrair 1 ao final.

Com relação a operação de subtração com o cálculo mental, havia a indicação de exercícios orais, subtração de dois algarismos com dezenas fechadas e, subtrações em que as dezenas não fossem fechadas. Nesse caso, a orientação era que fosse realizada a subtração por parte, a partir da decomposição. Por exemplo, subtrair 32 é o mesmo que subtrair 30 e depois subtrair 2.

Com relação a operação de multiplicação com o cálculo mental, as estratégias consistiam no uso de resultados conhecidos. Por exemplo, quadriplicar é o mesmo que dobrar duas vezes; para triplicar, bastava juntar ao dobro o próprio número; e, para quintuplicar, indica a ideia de multiplicar por 10 e, em seguida, dividir por 2. Para a operação de divisão mental, da mesma forma que foi orientado para a multiplicação, foram apresentadas ideias em que era necessário recorrer a resultados já conhecidos; a decomposição também foi indicada.

As revistas que Cardoso (2018) apresenta para o período, meados da década de 1940 e início da década de 1950, possuem, ainda, as características mencionadas anteriormente, como por exemplo, um ensino pautado no interesse do aluno e em sua atividade/movimentação. Assim, era orientado que o ensino de cálculo mental tivesse um ensinamento “vivo”, “animado” e que colocasse os alunos em “atividade”.

Nesse tempo, o ensino de cálculo mental tinha como foco o raciocínio e deveria ser desenvolvido a partir de exercícios orais. O cálculo mental era visto como importante mecanismo para o desenvolvimento do intelecto e para as transações cotidianas da vida, por isso deveria ser desenvolvido continuamente, podendo ser diário ou em dias alternados.

Nessas revistas também foi indicado o uso de materiais quando o aluno não conseguisse abstrair a ideia do cálculo mental. Os materiais sugeridos foram caixinhas de fósforo, paus, fósforos usados, pedrinhas, botões etc. Os problemas orais apresentavam situações próprias do dia a dia do aluno e não da vida adulta. Cite-se, a seguir, um dos recortes apresentados por Cardoso (2018): “2 bolas mais 3 bolas, quantas são?”.

Embora o marco cronológico delimitado por Cardoso (2018) tenha sido de 1920 a 1970, o autor apresentou apenas recortes das revistas até o ano de 1952. Nesse período, a partir do exposto pelo autor, é possível inferir que as revistas apresentam ferramentas para ensinar

cálculo mental. Elas estavam de acordo com as propostas do Movimento da Escola Nova, que tinha como foco o aluno ativo no ensino.

Para ensinar cálculo mental deveriam ser utilizados problemas orais contextualizados com o cotidiano do cotidiano do adulto. O cálculo abreviado também era um recurso a ser utilizado pelo professor para ensinar cálculo mental, assim como também objetos que podiam ser encontrados na própria casa dos alunos e tinham o papel de concretizar a ideia. Foram sugeridas expressões numéricas que tinham como foco o treino do cálculo mental. A contagem rítmica também foi um recurso indicado no período. As estratégias para a realização do cálculo mental envolviam, em geral, as propriedades do sistema de numeração decimal.

Desse modo, o cálculo mental abordado nas revistas analisadas por Cardoso (2018), por um lado tinha a natureza de um saber a ensinar, uma matemática a ensinar que deveria estar moldada de acordo com as ideias do Movimento Escolanovista. Por outro lado, ensinar o cálculo mental possibilitaria um melhor desempenho do aluno no aprendizado matemático, uma vez que a resolução dos problemas orais, segundo os autores dos artigos postos nas revistas, possibilitaria uma melhor compreensão dos problemas escritos.

Nesse sentido, Cardoso (2018) afirma que “dentre as finalidades do ensino do cálculo mental, estava a preparação do aluno para a resolução de problemas da escola e da vida e não somente para o uso do mesmo como uma técnica de memorização e mecanização de operações” (CARDOSO, 2018, p. 41). O que pode ser considerado é que o cálculo mental também tinha a natureza de um saber *para* ensinar, uma *matemática para ensinar*, uma ferramenta utilizada pelo professor que possibilitaria ao aluno um melhor desempenho ao se deparar com a necessidade de resolver problemas matemáticos.

Diante do exposto até aqui é possível identificar diferentes características sobre o ensino de cálculo mental. Um saber que adentra os programas de ensino e torna-se também um saber na formação de professores, seu primeiro formato parece estar de acordo com as propostas do ensino intuitivo, deveria anteceder as operações e seu ensino se dava pela repetição de exercícios, problemas orais e cantos, um ensino ainda pautado na memorização.

Durante a década de 1950 a 1960, o cálculo mental começa a assumir um papel para além daquele utilitário e fundamental para o cotidiano do adulto e torna-se também um recurso pedagógico para a resolução de problemas e desenvolvimento do raciocínio. A forma de ensinar cálculo mental ainda tem a repetição, a memorização e os problemas orais contextualizados como uma das etapas, alguns objetos passam a ser utilizados para concretizar as ideias quando

necessário, de um saber pragmático o cálculo mental vai também assumindo a forma de um saber metodológico, ferramental para o professor que ensinava matemática.

Com o Movimento da Matemática Moderna o cálculo mental sai de cena, mas volta a ser discutido e inserido na formação de professores e nos programas curriculares na década de 1980 com o Movimento da Didática da Matemática, que tem um novo olhar para o ensino de matemática e, em particular, para o ensino de cálculo mental.

Com as descobertas da psicologia do desenvolvimento, o foco deixa de ser sobre “como ensinar” e passa então a ser “como o aluno aprende”. Nesse contexto, o cálculo mental, para além de um *saber a ensinar*, torna-se um *saber para ensinar* o sistema de numeração decimal. O cálculo mental compõe o rol de conceitos a serem estudados dentro do sistema de numeração decimal, mas também se torna uma ferramenta para desenvolver o próprio sistema de numeração decimal. Ou seja, uma *matemática para ensinar*. Assim, cursos de formação de professores são elaborados tendo em vista o objetivo de elucidar ao professor o emprego do cálculo mental como uma ferramenta para o ensino de matemática.

Tendo em vista esse movimento, em que é possível constatar que o ensino de cálculo mental passa de objeto para ferramenta, interroga-se: Qual o cálculo mental sistematizado por Maria do Carmo Domite para a formação de professores no período de 1980 a 1995? Para responder a essa interrogação, esta pesquisa considerou o conjunto de fontes composto pelos seguintes documentos: “Curso de Matemática por Correspondência” (1988), “Cálculo mental” (1989) e “Cálculo mental” (1995), de mesmo título do anterior. Em todos esses trabalhos, Maria do Carmo Domite, participa da sua elaboração.

3 – SABERES PARA ENSINAR CÁLCULO MENTAL E A EMERGÊNCIA DE UM CÁLCULO MENTAL PARA ENSINAR.

O final da década de 1980 foi marcado por diversas transformações com respeito ao ensino de matemática. Tem-se o I ENEM (Encontro Nacional de Educadores Matemáticos), em 1987; a criação da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática), em 1988; a criação de mestrados em Educação Matemática, dentre outros fatores que potencializam o movimento da Educação Matemática no Brasil.

De acordo com Valente (2016), diferentemente do MMM, que tinha como centro a matemática e o ensino estruturalista, embasado na matemática acadêmica, “nesse outro movimento retoma-se o foco do ensino no sujeito que aprende” (p. 14). O aluno passou a ser visto como um ser particular e não mais “universal”. Com relação a aprendizagem, passou a considerar que não se daria “no abstrato das estruturas gerais do pensamento”. Nesse contexto, o papel do professor também mudou, sua função passou a ser “orientar” e “instigar” ideias.

Fontes (2010) afirma que a principal mudança a partir do movimento da Educação Matemática consistiu da “alteração de ‘como ensinar’ para ‘como os alunos aprendem’ (p. 86). Assegura ainda que essa mudança ocorreu, sobretudo, por conta das descobertas da psicologia do desenvolvimento e das abordagens socioconstrutivistas.

Essas descobertas, relata Fontes (2010), davam ênfase a uma aprendizagem com compreensão, a autonomia do aluno, ao conhecimento prévio e proporcionavam ao erro um novo significado, que passou a ser considerado como uma das etapas do aprendizado. Esses estudos da psicologia do desenvolvimento impulsionaram, ainda, uma demanda por busca de novas metodologias. Nesse contexto, muitos pesquisadores “discorreram não somente sobre o ensino de matemática, mas abordaram especificamente a questão do cálculo mental” (FONTES, 2010, p. 29).

Nesse sentido, neste capítulo, é discorrida uma análise sobre como Maria do Carmo Domite e sua equipe sistematizaram um *cálculo mental para ensinar* a partir de suas experiências docentes com a formação de professores, em um contexto marcado por mudanças e apropriação das concepções advindas da Psicologia Cognitiva.

3.1 – Um cálculo mental para ensinar o sistema de numeração decimal a partir do Curso de Matemática por Correspondência

Seguindo uma ordem cronológica, será apresentada inicialmente a análise do Curso Matemática por Correspondência²⁸. Na capa foi indicado o diretor do curso, Luiz Márcio Pereira Imenes, a coordenadora, Anita Rondon Serardinelli e, a equipe responsável pela elaboração: Antônio José Lopes, Clara Tuacek, Maria do Carmo Santos D. Mendonça e Maria Lydia de Mello Negreiros. Ao que tudo indica, sua publicação ocorreu no ano de 1988, essa data é uma especulação, pois no curso não foi apontada, porém na correção de um problema proposto no módulo 2, é feita menção ao ano de 1988 como sendo o ano atual.

O curso foi ofertado pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais e assinado pela equipe da FUNBEC²⁹ – Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências. Distribuído em oito módulos, com uma duração inicial de 21 meses e que poderia ser prorrogado por até 24 meses.

No material, havia a informação de que se tratava de “um curso básico de Matemática” em que eram abordados os conteúdos dos programas da 1ª à 4ª série do 1º grau³⁰. Ainda que voltado aos conteúdos das séries iniciais do 1º grau, o curso era destinado a “qualquer professor de Matemática, pois, embora os temas sejam familiares, a abordagem adotada é bem diferente da encontrada nos livros didáticos” (Curso de Matemática, Módulo 1, p. C-1).

A professora Maria do Carmo Domite, integrante da equipe responsável pelo curso, relatou em seu memorial acadêmico, que foi convidada juntamente com o professor Imenes a formarem uma equipe para a sua elaboração, e afirma que:

Priorizamos (ou tentamos deixar claro para nós mesmos) duas especificidades dentro deste processo de formação: a concepção de matemática que daria contorno e sustentação ao projeto e o método/caminho que estaríamos perseguindo para ir ao encontro desta. A matemática como uma produção social foi o fio condutor do nosso projeto e a Resolução de Problemas assim como a História da Matemática foram caminhos metodológicos a ser perseguidos. A elaboração dos textos assim como o contato via

²⁸ Embora o curso tenha sido identificado em um primeiro momento no próprio acervo da professora Maria do Carmo Domite, lá ele encontrava-se incompleto. O curso completo, faltando apenas partes do módulo 1, foi localizado nos documentos que compõem o acervo pessoal da professora Maria Amábile Mansutti, o qual também se encontra alocado no GHEMAT.

²⁹ De acordo com Betero (1979), a FUNBEC tinha a finalidade de inovar o ensino de ciências. Para isso, os pesquisadores que faziam parte dessa Fundação elaboravam textos, os quais podiam ser traduções, adaptadas ou não, de artigos usados no ensino norte-americano, ou produções inéditas dos próprios pesquisadores. O autor afirma ainda que os treinamentos proporcionados pela FUNBEC tinham, dentre outros objetivos, “a) o preparo do professor para o processo de mudança, sendo ele o mais importante agente do processo; b) atualização dos conhecimentos profissionais do professor, incluindo conhecimentos específicos da matéria; [...]” (BERTERO, 1979, p. 64).

³⁰ O que atualmente compreende o Ensino Fundamental 1.

correspondência com os professores foi precioso, de muito entusiasmo e naturalmente, encaminhou mudanças de comportamento frente à formação de professores [...] (DOMITE, 2001, p. 11).

Todos esses aspectos mencionados pela professora e pesquisadora Maria do Carmo Domite podem ser evidenciados. Cada módulo foi dividido em seções: “A”, “B” e “C”. A seção “A” abordava os conteúdos específicos tratados no módulo, em geral, a partir de questionamentos ou situações do cotidiano³¹ que possibilitassem iniciar a discussão sobre um determinado conteúdo matemático.

Os problemas nos módulos não faltaram, alguns problemas resolvidos foram explorados ao final da seção “A”. Na seção “B”, ficaram aqueles problemas que deveriam ser resolvidos e encaminhados para a FUNBEC como atividade avaliativa, o certificado do curso dependia do desempenho do participante que era avaliado a partir da resolução dos problemas. Ao final de cada módulo era encaminhada aos participantes a solução comentada de cada problema proposto no módulo. Já na seção “C”, ficaram as leituras e algumas curiosidades que estavam relacionadas ao ensino de matemática ou a própria ciência matemática, sempre de acordo com o conteúdo explorado no módulo. O módulo 1 foi organizado conforme o quadro a seguir.

QUADRO 3: organização do módulo 1.

Módulo 1	
Título	Lição nº 1 – Origem dos números
Seção A	Sumário A matemática aparece até em músicas populares A-1 Vamos fingir que não sabemos contar A-2 Correspondência um a um A-3 Como surgiu a noção de números A-4 Os primeiros registros de números A-5 Contando grandes quantidades A-5 Registrando grandes quantidades A-5 Como os egípcios escreviam os números A-6 Exercícios resolvidos A-7
Seção B	Folha de atividades - 1
Seção C	Leitura 1 – Senso Numérico

Fonte: O autor (2020).

Nesse módulo, não foi feita nenhuma referência ao cálculo mental. O tema abordado foi a origem dos números, por estar incompleto, não foi possível analisar como o tema foi desenvolvido ao longo do módulo, mas foi possível identificar na página “A-1” que algumas

³¹ O cotidiano estava relacionado a situações da vida real da criança ou do adulto, o que pode ser relacionado com o que a professora Domite menciona em seu memorial como sendo o ensino de matemática como uma produção social.

ideias matemáticas foram exploradas a partir de uma música sertaneja, o que parece que o foco era mostrar a possibilidade de abordar conceitos matemáticos usando diferentes estratégias, até mesmo uma música.

Outra parte do módulo em que foi possível o acesso foi a seção de exercícios resolvidos. Neles foi abordada a ideia de correspondência um a um, as ideias de agrupamento e a escrita da numeração egípcia. A orientação era que antes de olhar a solução dos exercícios, apresentada ao lado de cada um, o leitor tentasse resolvê-los. Nas respostas, além da explicação da solução, era indicado também o seu objetivo, ou seja, qual a ideia que deveria ser compreendida a partir dele. Os exercícios eram contextualizados e relacionados ao cotidiano da criança.

A seção “c”, aquela destinada a leitura, apresentou um texto em que discutia a diferença entre senso numérico e contagem. O texto abordava que até mesmo alguns animais possuem senso número, no entanto, apenas o ser humano tem a capacidade de contar. O contar “é uma técnica que envolve outros conceitos como correspondência, formação de grupos e etc.” já o senso numérico, consistia em “uma certa percepção visual”. Foi possível constatar uma abordagem que possibilitava ao leitor pensar e construir as ideias de forma que elas não fossem impostas ou assumidas como verdadeiras. Os conceitos e afirmações eram apresentados sempre após uma situação em que fosse favorável a construção da ideia. O módulo 2, foi organizado conforme o quadro a seguir.

QUADRO 4: organização do módulo 2.

Módulo 2	
Título	Lição nº 2 – Nosso sistema de numeração
Seção A	Sumário O sistema de numeração decimal A-1 Agrupando e reagrupando e reagrupando.... de 10 em 10 A-2 O ábaco A-3 Um grande avanço: o valor posicional A-3 A necessidade do zero A-4 O ábaco e o zero A-4 O zero se torna um número A-4 A numeração romana A-4 Uma contradição interessante A-5 Comparando três sistemas de numeração A-6 Exercícios resolvidos A-7
Seção B	Folha de atividades - 2
Seção C	Leitura 2 – O sistema de numeração decimal tem história

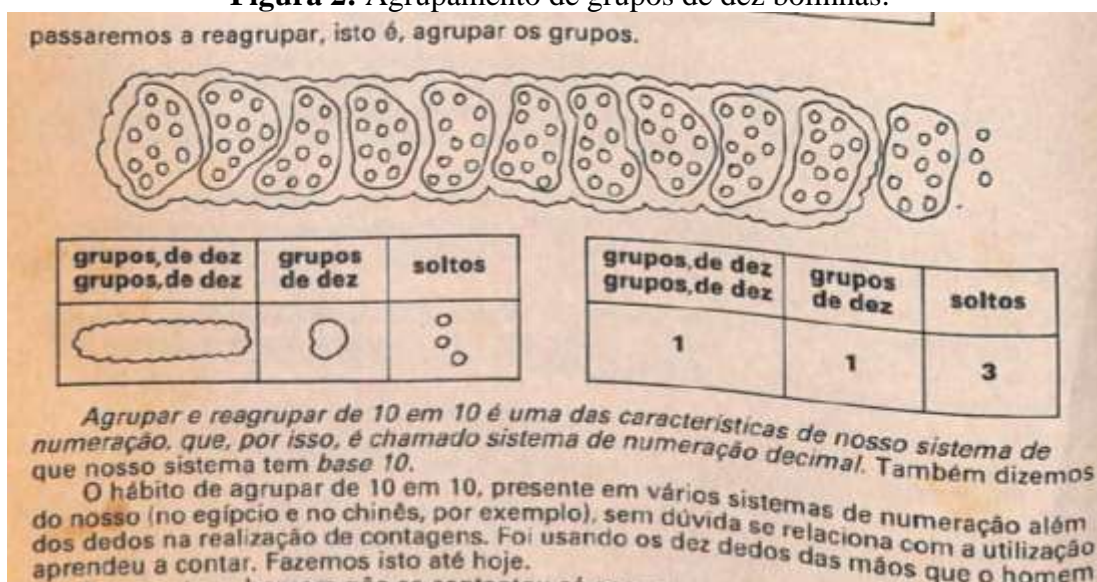
Fonte: O autor (2020).

No módulo 2, também não foi constatada nenhuma referência ao cálculo mental. O tema abordado foi o sistema de numeração decimal/hindu. No módulo foi considerado

necessário “analisar as características do no nosso sistema de numeração, para compreender suas regras de funcionamento. Sem esta compreensão é impossível entender as técnicas operatórias, os decimais e o sistema métrico decimal” (p. A-1). Dessa forma, foram explicadas, minunciosamente, as principais características do sistema de numeração decimal e o significado de um sistema ser decimal e posicional.

A explicação para o fato de o sistema de numeração hindu ser decimal foi realizada a partir de recursos gráficos e tabelas onde foi representado o agrupamento de dez bolinhas, depois o agrupamento de grupos de dez bolinhas e depois o agrupamento do agrupamento de grupos de dez bolinhas. Conforme a figura a seguir.

Figura 2: Agrupamento de grupos de dez bolinhas.

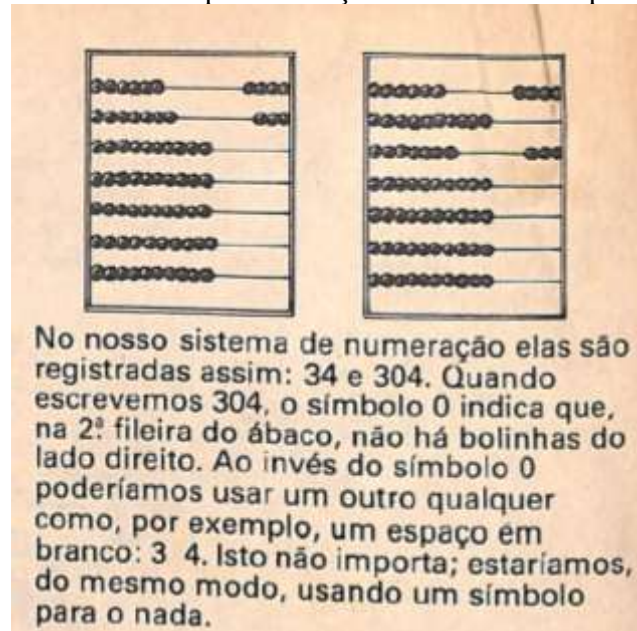


Fonte: Curso de Matemática por Correspondência (p. A-2, 1988).

Os princípios do sistema de numeração decimal foram explicados considerando sempre a forma natural humana. O agrupamento de dez em dez, por exemplo, se deu, pois, “foi usando os dez dedos das mãos que o homem aprendeu a contar” (p. A-2). A explicação do valor posicional se deu por meio da forma em que o ábaco era utilizado. Tendo em vista que uma mesma “bolinha” assumia diferentes valores a depender da posição que estava no ábaco, assim também os algarismos foram organizados, em diferentes posições o mesmo algoritmo assume valores diferentes.

O zero, um símbolo para o nada, “surgiu quando se procurou representar fielmente, com símbolos no papel, o que se passava no ábaco” (A-4), ou seja, uma forma de escrever no papel o “nada” que aparecia no ábaco.

Figura 3: Uso do ábaco para a criação de um símbolo para o “nada”.



Fonte: Curso de Matemática por Correspondência (p. A-4, s/d).

Nesse sentido, é possível identificar que, em todo momento, os conceitos matemáticos foram abordados como uma criação do homem, e que se deram a partir de necessidades específicas que foram surgindo ao longo do tempo. Vale ressaltar que o ábaco não foi apresentado como um recurso para ensinar matemática, mas como um instrumento do homem, utilizado pelo homem e que desencadeou a construção de conceitos matemáticos. Foi possível constatar ainda que a abordagem em quase todo o módulo esteve intercalada com a história da matemática. Os exercícios resolvidos finalizaram a seção “A” do curso, de forma semelhante ao módulo anterior, contribuindo para a compreensão do tema abordado no módulo.

Na seção “C”, aquela referente a leitura, foi apresentado um processo histórico da difusão do uso do sistema de numeração hindu. Nesse processo histórico, o aspecto geográfico também entrou em cena na explicação de como a civilização hindu agregou diferentes conhecimentos ao seu sistema de numeração e como a organização do sistema de numeração hindu foi difundido em outras civilizações. Também foram apresentados os símbolos usados nos séculos passados e como eles foram se transformando até serem conhecidos como 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

O módulo 3 foi organizado conforme o quadro a seguir.

QUADRO 5: organização do módulo 3.

Módulo 3	
Título	Lição n° 3 – Adição
Seção A	Sumário Primeiro contar e depois somar? A-1 Cálculos na lanchonete A-2 Calculando mentalmente A-3 Por que praticar o cálculo mental? A-4 A técnica do “vai um” A-4 Exercícios resolvidos A-7
Seção B	Folha de atividades - 3
Seção C	Leitura 3 – Quando devemos somar?

Fonte: O autor (2020).

Como já é possível constatar no próprio sumário do módulo 3, o cálculo mental aparece em quase todo o módulo. O módulo trata sobre a operação de adição, e o cálculo mental aparece como uma maneira diferente de efetuar adições. A abordagem sobre o cálculo mental se deu a partir de uma “história” em que foi discutido o fato de um garçom, sem dificuldades, realizar um cálculo “de cabeça” sobre quanto deveria ser pago a partir do consumido e uma criança necessitar de um guardanapo e lápis para efetuar o cálculo.

No módulo foi chamada atenção para a dificuldade encontrada pela criança em efetuar o cálculo mentalmente afirmando que essa dificuldade se deu pois “na escola, em geral, não é exercitado o cálculo mental. Além disso aprende-se a somar de um único modo” (A-3). O que torna as pessoas “extremamente dependentes” da técnica do “vai um”, técnica essa considerada no módulo como sendo não adequada para a realização do cálculo mental.

O cálculo mental foi considerado como sendo aquele efetuado sem o uso de lápis e papel, diferentemente do cálculo realizado a partir do algoritmo, a operação com ele é ocorre da esquerda para direita, sentido natural em que um número é lido. Já com o uso do algoritmo, o cálculo é efetuado no sentido contrário, da direita para a esquerda. Não foi apenas o sentido em que as adições eram efetuadas que mudava, na proposta do módulo, as estratégias também eram outras.

Embora considerado pessoal e que cada indivíduo devesse utilizar os procedimentos que achasse mais adequados, foram sistematizadas estratégias eficientes para quando fosse necessário calcular mentalmente, foram elas: “somando os iguais”, “apoiando-se no dez”, “decompondo duas parcelas e associando convenientemente”, “decompondo uma das parcelas e associando convenientemente” e “relacionando uma parcela com um número ‘redondo’”.

Essas estratégias foram consideradas “técnicas interessantes e vantajosas para realizar adições mentalmente”.

Além da importância do cálculo mental em situações fora da sala de aula foi destacado também que sua prática “estimula a compreensão do sistema de numeração decimal”, uma vez que “quando alguém decompõe mentalmente o 123 em $100 + 20 + 3$ mostra que compreende o princípio aditivo e o valor posicional”, conceitos que considerados fundamentais para a compreensão do sistema de numeração decimal.

Além disso, foi apontado que, no cálculo mental, são utilizados “intuitivamente, uma série de propriedades da adição”, como exemplo foram citadas a comutatividade e a associatividade. Foi enfatizado ainda que,

As crianças que são estimuladas a efetuar o cálculo mental em sua experiência escolar, demonstram, em geral, mais segurança ao enfrentar situações-problema; mostram-se mais autônomas e com uma capacidade mais ampla de escolher caminhos para obter a solução de um problema. Por fim, parecem compreender com mais facilidade as técnicas usuais de cálculo, como a do “vai um”, por exemplo (p. A-4).

Nesse sentido, embora a situação que dá início a discussão evidencie uma situação do dia-a-dia, ou seja, de uma situação fora da sala de aula, a importância do cálculo mental não se restringiu a isso. É possível constatar também que o cálculo mental proporcionaria uma melhor desenvoltura frente ao aprendizado matemático, seja na resolução de problemas, na autonomia que o aluno adquiriria ou ainda na compreensão do sistema de numeração decimal.

No documento foi ressaltado ainda que ao ser enfatizado o uso do cálculo mental não tinha como objetivo abolir o cálculo “convencional”, pelo contrário, “é importante que as pessoas o dominem. Entretanto é preciso que compreendam o processo” (p. A-4). Ou seja, mais que usar a técnica era importante compreendê-la, e o cálculo mental, de acordo com o documento, proporcionaria essa compreensão. Para a explicação da técnica do “vai um” foi utilizado o material dourado, caso o acesso ao material não fosse possível, foi ensinada sua construção utilizando cartolina.

Nesse sentido, fica evidente a preocupação em deixar claro que mais importante do que fazer as operações era compreendê-las. E nessa busca por um aprendizado baseado na compreensão, o professor deveria abordar diferentes maneiras de efetuar uma mesma operação. Vale ressaltar ainda que o trabalho com o material dourado deveria anteceder a formalização das operações. No entanto, no curso foi exemplificado o uso do material ao lado do algoritmo estabelecendo uma comparação entre a operação com o material e com o uso do algoritmo,

ilustrando como a compreensão do significado da técnica seria possível por meio do material, estabelecendo assim, uma relação entre concreto e abstrato.

A seção “C”, aquela intitulada “Leitura”, propôs alguns problemas em que a sua resolução possibilitaria refutar a ideia de que “o ato de juntar, reunir e acrescentar” sempre corresponde a uma adição. O módulo 4 também abordou o cálculo mental. Sua organização está posta no quadro a seguir.

QUADRO 6: organização do módulo 4.

Módulo 4	
Título	Lição nº 4 – Subtração
Seção A	Sumário Não basta só saber calcular A-1 Quando devemos subtrair A-1 Às vezes é preciso ver com os olhos do outro A-2 Como ajudar a criança a “dar o salto”? A-3 Cálculo mental, rascunhos e propriedades da subtração..... A-3 Como subtrair? A-5 Exercícios resolvidos A-8
Seção B	Folha de atividades – 4
Seção C	Leitura 4 – A simbologia matemática

Fonte: O autor (2020).

No módulo 4, a operação abordada foi a subtração. Assim como no módulo anterior, foi ressaltada a importância da compreensão da operação. Segundo o documento, a compreensão das operações envolve três aspectos importantes:

- Diante de um certo problema, o estudante precisa saber que operação deve ser realizada. [...]
- O aluno precisa saber efetuar estas contas. Ele pode efetuar-las usando os artifícios do cálculo mental ou técnicas variadas, [...]
- O estudante deve conhecer e saber usar as propriedades das operações. Como vimos no módulo anterior, ao efetuar uma adição mentalmente, muitas vezes trocamos a ordem das parcelas e as associamos da maneira mais conveniente. Neste caso usamos as propriedades comutativa e associativa da adição (p. A-1).

Foi apontado que “de um modo geral, as crianças identificam, sem muita dificuldade, as situações que envolvem a adição” (p. A-1), porém o mesmo não acontece com a subtração. De acordo com o curso, “A prática de sala de aula mostra que as crianças, na maioria das vezes, não identificam a presença da subtração com a mesma facilidade” (p. A-1), para essa percepção considerava-se necessário se colocar no lugar das crianças.

Para mudar esse cenário, ou seja, para possibilitar que a criança conseguisse identificar quando em um problema é necessário subtrair, era essencial conceder “liberdade para as crianças pensarem sózinhas e manifestarem suas idéias” (p. A-3) e propor “problemas

variados”, o documento enfatiza ainda que “nesse processo a atuação do professor é fundamental” (p. A-3).

Assim como no módulo anterior, o cálculo mental foi abordado em situações reais, no caso apresentado no módulo 3 a situação abordada foi em uma lanchonete. No módulo 4 a situação ocorreu em um ônibus em que o cobrador passava um troco. De acordo com o curso, as diferentes estratégias de cálculo mental são criadas pelas pessoas e pelos próprios alunos e estavam apoiadas

Em certas propriedades da subtração, que estas pessoas captam das mais diversas maneiras. Analisar e explorar estes recursos espontâneos dos alunos é um excelente exercício, que contribui para uma melhor compreensão dos conceitos e das propriedades das operações! (p. A-5).

Dessa forma, mais uma vez, o fato de o cálculo mental ser abordado em uma situação da vida real não restringiu sua importância a uma utilidade prática, mas contemplou ainda a compreensão do sistema de numeração decimal e suas propriedades.

Ainda sobre a subtração, os autores apontam que a operação pode ser realizada de duas formas, sendo possível a compreensão dessas formas utilizando o material dourado ou o ábaco. Assim, os autores utilizaram o ábaco para explicarem a técnica do “pegar emprestado”, embora não utilizaram esses termos, foi essa a técnica que foi explicada. Da mesma forma que no módulo 3, os autores tiveram o cuidado de representar a técnica por meio do algoritmo ao passo que explicavam utilizando o ábaco. Uma vez que, para os autores, “é importante perceber a relação existente entre o que fazemos com o ábaco e o que fazemos com os símbolos do nosso sistema de numeração” (p. A-6).

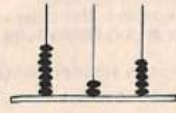
Figura 4: uso do ábaco para a compreensão da técnica operatória da subtração.

É importante perceber a relação existente entre o que fazemos com o ábaco e o que fazemos com os símbolos do nosso sistema de numeração:

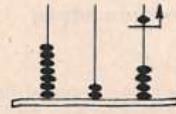
$$\begin{array}{r} 563 \\ - 142 \\ \hline 421 \end{array}$$

A compreensão desta técnica apoia-se na compreensão do nosso sistema numérico.
Agora vamos subtrair 431 de 725:

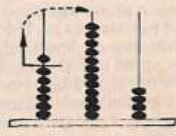
- representamos o 725 no ábaco

$$\begin{array}{r} 725 \\ - 431 \\ \hline \end{array}$$


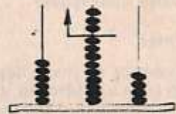
- a seguir, das 5 unidades subtraímos 1

$$\begin{array}{r} 725 \\ - 431 \\ \hline 4 \end{array}$$



- na casa das dezenas, onde temos 2 bolinhas, não podemos retirar 3; por isso desagrupamos uma centena convertendo-a em dez dezenas

$$\begin{array}{r} 6 \cancel{7}^1 2 5 \\ - 4 3 1 \\ \hline 4 \end{array}$$


- agora, na casa das dezenas, temos 12 bolinhas e podemos retirar 3

$$\begin{array}{r} 6 \cancel{7}^1 2 5 \\ - 4 3 1 \\ \hline 9 4 \end{array}$$


- finalmente, das 6 centenas retiramos 4

$$\begin{array}{r} 6 \cancel{7}^1 2 5 \\ - 4 3 1 \\ \hline 2 9 4 \end{array}$$


Só é possível entender este processo de cálculo se entendemos a idéia de agrupamento, presente em nosso sistema de numeração.

Fonte: Curso de Matemática por Correspondência, Módulo 4 (p. A-6, 1988).

O ábaco e o material dourado eram ferramentas que deveriam ser utilizadas como mecanismo de proporcionar a compreensão das propriedades operatórias e suas operações. Do mesmo modo, o cálculo mental, um saber que deveria ser ensinado, um conteúdo que estava inserido dentro da grade curricular do programa de ensino do 1º grau, na abordagem realizada no curso, constituía uma importante ferramenta de ensino para proporcionar uma melhor compreensão dos princípios que fundamentam o sistema de numeração decimal, as operações e suas propriedades. A seção “C”, teve como discussão o uso abusivo da simbologia matemática, apontando que a linguagem matemática foi desenvolvida com o intuito de:

Facilitar a comunicação do conhecimento matemático entre as pessoas. Entretanto, quando abusamos do uso de símbolos e não nos preocupamos em trabalhar a compreensão dos mesmos, clareando o seu significado, conseguimos o efeito contrário: dificultamos o processo da aprendizagem matemática (C-1).

Ao que parece, essa foi uma crítica ao Movimento da Matemática Moderna que, como já foi abordado no início deste capítulo, teve como principal característica o uso da linguagem matemática, diferentemente da proposta do curso, que priorizou a compreensão e um

aprendizado matemático como um processo. Na seção ainda foi apresentado o uso das letras na matemática em uma abordagem histórica e tratou também das propriedades da adição e da subtração a partir de uma linguagem algébrica. O módulo 5 abordou a multiplicação. O quadro a seguir apresenta como foi a sua organização.

QUADRO 7: organização do módulo 5.

Módulo 5	
Título	Lição n° 5 – Quando multiplicar?
Seção A	Sumário A multiplicação escondida A-1 A adição de parcelas iguais A-2 A organização retangular A-2 O raciocínio combinatório A-3 A variedade de situações relacionadas com a multiplicação A-6 Exercícios resolvidos A-7
Seção B	Folha de atividades – 5
Seção C	Leitura 5 – O aluno deve decorar a tabuada?

Fonte: O autor (2020).

No módulo 5 não foi possível constatar nenhuma referência ao cálculo mental. Sua menção foi feita apenas para afirmar que o módulo seguinte se debruçaria sobre ele. Com relação a operação de multiplicação, assim como as demais operações, foi chamada atenção para a importância de seu ensino ter como base a compreensão. Para isso foram indicadas diferentes abordagens por meio do uso de problemas variados e papel quadriculado. Foi salientado ainda que para a compreensão, a atuação do professor é fundamental, e que “compreender que esta enorme variedade de situações relacionadas com a multiplicação constitui-se numa riqueza que não pode ser desprezada no processo de ensino-aprendizagem da matemática” (A-6).

Ao professor foi indicado que ensinasse a multiplicação associando inicialmente a soma de parcelas iguais. Depois que fossem explorados problemas que envolvessem uma “organização retangular”³², esse tipo de situação, de acordo com o documento, além de proporcionar o entendimento da multiplicação, proporcionaria ao aluno a compreensão da propriedade comutativa, e posteriormente o cálculo de área. Assim, é possível constatar orientações sobre um trabalho intencional do professor, e que estava de acordo com a concepção de que o aprendizado matemático era um processo.

³² Eram problemas em que tratavam de objetos organizados em um formato retangular em que era possível contar quantos elementos tinha na coluna e quantos elementos tinham na linha e fazer a multiplicação sem a necessidade de contar um por um.

Na seção “C”, “Leitura”, os autores problematizaram a memorização ou não da tabuada. Mais uma vez, a partir de uma abordagem histórica, foi afirmado que até a década de 1960, “saber a tabuada de cor, ‘na ponta da língua’, era ponto de honra para alunos e professores” (p. C-1). No entanto, segundo o documento, isso mudou, e foi apontado que dentre os aspectos positivos do Movimento da Matemática Moderna, era possível destacar o desejo de uma aprendizagem com compreensão.

Assim, foi considerado que era necessário compreender a tabuada por meio de atividades, como por exemplo a construção da tabuada pelos alunos montada em uma tabela e o uso de jogos. Nesse sentido, considerou-se importante a memorização da tabuada, no entanto, antes da sua memorização torna-se necessária sua compreensão.

Dessa feita, assumem que “o aluno não deve decorar mecanicamente a tabuada, mas que precisa fazer um certo esforço para memoriza-la. Insistimos, porém, que esta memorização deve ser precedida pela compreensão. A ênfase do trabalho deve ser posta na construção dos conceitos” (p. C-4). O módulo 6 foi organizado conforme o quadro a seguir.

QUADRO 8: organização do módulo 6.

Módulo 6	
Título	Lição nº 6 – Como multiplicar?
Seção A	Sumário Cálculos com a calculadora defeituosa A-1 A propriedade distributiva A-2 A propriedade associativa A-3 O algoritmo da multiplicação A-5 Exercícios resolvidos A-7
Seção B	Folha de atividades – 6
Seção C	Leitura 6 – Há tantos modos de multiplicar!

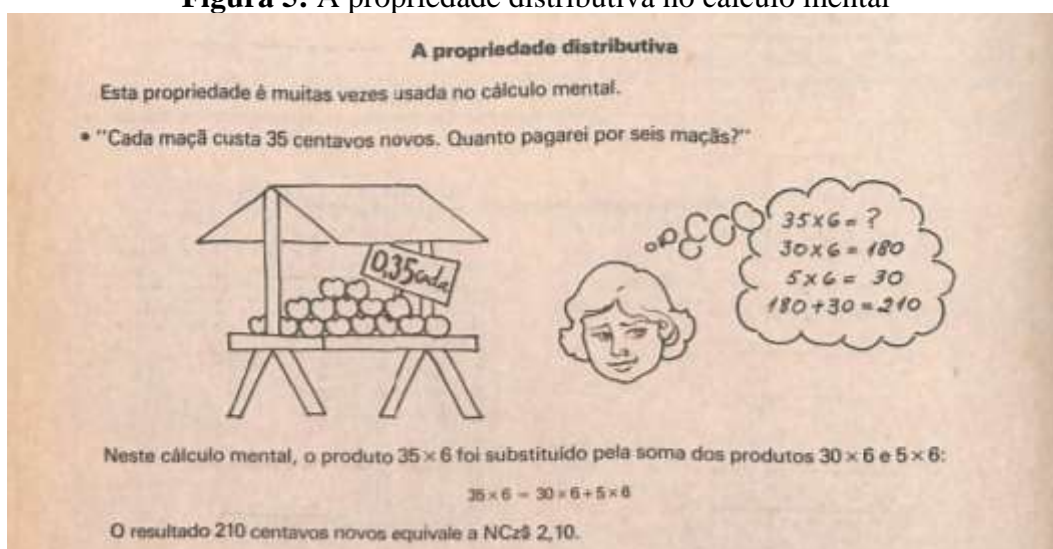
Fonte: O autor (2020).

No módulo 6 também foi explorada a operação de multiplicação e foi enfatizada a importância de um aprendizado com compreensão. Nesse sentido, foram apontadas diferentes atividades em que a ideia da multiplicação fosse realizada, as atividades envolviam diferentes maneiras de multiplicar, as quais estavam relacionadas as propriedades da multiplicação.

Uma das atividades foi denominada como sendo “Cálculos com a calculadora defeituosa”. Era proposto a realização de multiplicações entre dois fatores, com o uso da calculadora, no entanto, era necessário considerar que a tecla referente a um dos fatores não estava funcionando, o que levaria ao aluno investigar outros caminhos para realizar a multiplicação que não fosse efetuando a multiplicação direta usando os dois números que deveriam ser multiplicados.

Os problemas com a “organização retangular” também foram citados como um recurso que possibilitaria a compreensão da multiplicação e a vivência do aluno com as propriedades da multiplicação. O cálculo mental apareceu também como um mecanismo em que os alunos usariam as propriedades da multiplicação sem essa consciência. Essas diferentes situações proporcionadas pelo uso da calculadora, problemas de “organização retangular” e cálculo mental proporcionaria uma melhor compreensão das operações o que também, de acordo com o curso, contribuiria para que os alunos pudessem compreender o sistema de numeração decimal.

Figura 5: A propriedade distributiva no cálculo mental



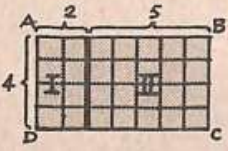
Fonte: Curso Matemática por Correspondência, Módulo 6 (p. A-3, 1988).

Vale ressaltar que o módulo apresentou todas as propriedades da multiplicação formalmente por meio de uma linguagem algébrica, efetuando suas demonstrações a partir de recursos geométricos. Assim, é possível identificar uma intercalação entre o que o professor deveria ensinar, como deveria ser o ensino, e o que o professor precisaria saber do campo disciplinar matemático para ensinar.

O objetivo, ao que tudo indica, era a operação de multiplicação, no entanto nesse “processo”, o professor deveria possibilitar ao aluno diferentes maneiras de multiplicar com o intuito de que o aluno compreendesse melhor a operação, essas diferentes maneiras, embora o aluno não soubesse, estavam relacionadas com as propriedades da multiplicação, as quais o professor deveria saber. Dessa forma, ao mesmo tempo em que era apresentado ao professor problemas de naturezas distintas, o uso da calculadora e o uso do cálculo mental como ferramentas para o ensino, os conceitos matemáticos envolvidos no processo também eram explicados.

Figura 6: Propriedade distributiva de forma particular e de forma genérica.

A propriedade distributiva também pode ser visualizada geometricamente através do cálculo de áreas. O retângulo ABCD foi dividido nos retângulos I e II.

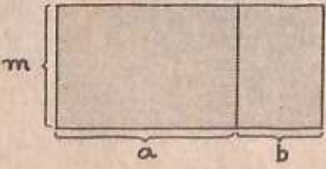


Temos:
área do retângulo I = 4×2
área do retângulo II = 4×5
área do retângulo ABCD = $4 \times (2 + 5) = 4 \times 7$

Como a área do retângulo ABCD é a soma das áreas dos retângulos I e II resulta que:

$$4 \times (2 + 5) = 4 \times 2 + 4 \times 5$$

Para indicar que esta propriedade é geral e não depende dos números considerados, podemos usar letras para representar números quaisquer:

$$m \times (a + b) = m \times a + m \times b$$


INEP/FUNBEC

Fonte: Curso Matemática por Correspondência, Módulo 6 (p. A-3, 1988)

A seção “C”, apresentou diferentes modos de multiplicar, foram explicitadas como eram efetuadas as multiplicações pelo método egípcio, um antigo método de multiplicação árabe e um processo de multiplicação com as mãos utilizado por camponeses franceses ressaltando que,

em qualquer sistema de numeração, as regras usadas para escrever os números influenciam as técnicas de cálculo. Assim por exemplo, conforme temos visto neste curso, nas técnicas que usamos para calcular estão presentes as características do sistema de numeração indo-árabe, usados por nós (C-2).

Ou seja, mais uma vez o documento chama atenção para o fato de que o sistema de numeração e as operações estão relacionados, sendo necessário um ensino em que ambos contribuíssem para a compreensão um do outro. Desse modo, a compreensão do sistema de numeração possibilitaria um melhor aprendizado das operações efetuadas, e o entendimento das operações deveria contribuir para a compreensão do sistema de numeração. O módulo 7 explorou a divisão e seus conceitos. A organização do módulo encontra-se no quadro a seguir.

QUADRO 9: organização do módulo 7.

Módulo 7	
Título	Lição n° 7 – Divisão: conceitos
Seção A	Sumário Divisão na vida e na matemática A-1 A escolha de critérios para dividir A-2 Nem tudo pode ser fracionado A-2 Quando devemos dividir? A-3 Operações inversas A-5 Dividendo, divisor, quociente e resto A-6 Exercícios resolvidos A-7
Seção B	Folha de atividades – 7
Seção C	Leitura 7 – A aprendizagem da matemática e o material concreto

Fonte: O autor (2020).

O módulo 7 foi iniciado com uma discussão acerca dos diferentes entendimentos com respeito a palavra divisão. Diversas situações foram apresentadas, até mesmo matemáticas, em que dividir se distingue da operação de divisão. Desse modo, foi ressaltado que o professor deveria compreender “que na vida cotidiana e, principalmente para a criança, dividir não significa, necessariamente, dividir em partes iguais” (p. A-1).

No entanto, o documento considera que nas séries iniciais do 1° grau, o trabalho com a divisão tem como objetivo que a criança compreenda, na matemática, o que significa dividir um número por outro. Dessa forma, o trabalho com a divisão segue o mesmo padrão adotado nos módulos anteriores, a espontaneidade, a variedade de situações-problemas propostas para os alunos, jogos e brincadeiras.

De acordo com o curso, “em cada oportunidade devemos discutir com elas o critério que usaram para dividir: a divisão foi em partes iguais ou não? **Não se trata, neste momento, de classificar essas divisões como certas ou erradas**” (grifos dos autores, p. A-2). Consideram que a finalidade desse procedimento é proporcionar a criança a compreensão de que uma divisão envolve a escolha de critérios.

Mais uma vez, além de o professor proporcionar ao aluno a construção do significado da divisão, era necessário também fazer com que o aluno identificasse as situações-problemas em que deveria ser efetuada uma operação de divisão. No documento foram exemplificadas duas situações-problemas envolvendo a divisão, a primeira: “temos uma quantidade conhecida e queremos reparti-la num certo número de grupos”; a segunda: “queremos saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra”.

De acordo com o curso, em geral, as crianças conseguiam compreender que na primeira situação envolvia uma divisão, no entanto, na segunda situação isso não acontecia.

Outra vez, foram apresentadas as ações mais comuns que as crianças apresentam quando aprendem. Assim, é possível inferir que um elemento necessário ao professor, para ensinar, era compreender como os alunos aprendiam. Possivelmente, esses dados de como os alunos aprendiam, resultavam das experiências docentes dos autores que elaboraram o curso, os quais apresentavam as dificuldades mais comuns dos alunos e sugeriam caminhos pelos quais o professor proporcionaria ao aluno a superação das dificuldades. O que também foi apresentado nos módulos anteriores.

O cálculo mental foi citado em duas partes do módulo. As duas situações envolviam a resolução de uma divisão utilizando como estratégia a multiplicação. Não foi dada ênfase ao trabalho com o cálculo mental. Foi apontado que isso seria feito no módulo seguinte.

Na seção “C”, destinada a leitura, foram abordados aspectos sobre a aprendizagem da matemática e como materiais concretos podem contribuir para que ela ocorresse. Conforme o documento, em tempos anteriores àquele, acreditava-se que as crianças aprendiam apenas ao receberem informações de um professor. “O professor explicava, ditava regras, mostrava figuras. A criança ouvia, copiava, decorava e devia aprender” (p. C-1).

Porém, foi ressaltado que no período em que o curso foi elaborado, o entendimento de como os alunos aprendiam era outro e estava baseado nos estudos advindos de educadores e psicólogos que tinham como campo de estudo a Psicologia Cognitiva, esse entendimento se distinguia do anterior ao passo que “as idéias da Psicologia Cognitiva favorecem o **aprendizado com compreensão**” (p. C-1). Nesse sentido, foi frisado que “aprender com compreensão é um processo pessoal, que acontece dentro da cabeça de cada um. Esse processo exige que o aprendiz pense por si mesmo” (p. C-1).

Dessa forma, o professor deveria propor situações em que esse “processo” fosse possível, era aí que os materiais concretos entravam em cena. O documento chama atenção para o fato de que não é o material que tem a ideia matemática, mas a forma como uma atividade era proposta ao aluno possibilitaria ou não que essa ideia fosse construída na mente do aluno, mais uma vez foi chamada a atenção para a importância do professor no processo, era o professor quem deveria escolher adequadamente o material e a atividade para que ocorresse uma aprendizagem com compreensão.

Para além do material dourado e o ábaco já citados nos módulos anteriores, foram indicados outros materiais mais acessíveis que poderiam ser construídos com palitos, tampinhas de garrafa, cartolina e barbante. Segundo o documento, os materiais proporcionariam a mesma experiência que o material dourado ou o ábaco, como forma de exemplificar foram apresentadas

algumas atividades. A discussão foi finalizada dando ênfase ao fato de que “a atitude adequada do professor, em relação ao uso do material concreto, decorre de ele conceber o ensino da Matemática nas séries iniciais como um convite à elaboração, descoberta e ao raciocínio da criança” (Curso de Matemática por correspondência, p. C-4).

A organização do módulo 8 é apresentada no quadro a seguir. Nele foram discutidas as estratégias de cálculo mental e sua importância na compreensão da divisão.

QUADRO 10: organização do módulo 8.

Módulo 8	
Título	Lição nº 8 – Divisão: propriedades e algoritmos
Seção A	Sumário Prisioneiros do algoritmo A-1 A decomposição do dividendo A-2 A propriedade distributiva A-3 Nem tudo é permitido! A-3 Outras propriedades da divisão exata A-4 O algoritmo tradicional da divisão A-5 Dividir subtraindo A-7 Exercícios resolvidos A-8
Seção B	Folha de atividades – 8
Seção C	Leitura 8 – Resolução de problemas.

Fonte: O autor (2020).

Assim como no módulo 3, a seção “A” do módulo 8 foi iniciada com uma situação em que foi efetuado um cálculo mental. Na situação, duas crianças querem descobrir quantas vezes precisavam atravessar um lago de 32 metros sendo que deveriam nadar 1000 metros. No entanto, as crianças só conseguiram efetuar o cálculo quando utilizaram um graveto e escreveram as contas na areia. Porém, o avô, que acompanhava as crianças, realizou o cálculo mental corretamente descobrindo quantas voltas seriam necessárias.

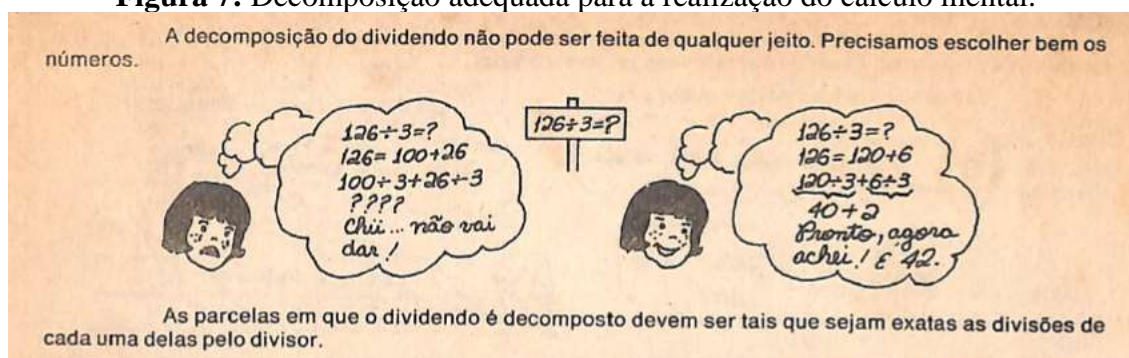
Na história, embora os meninos conseguissem efetuar o cálculo não conseguiram descobrir quantas voltas eram necessárias pois o resultado não foi exato, a divisão deixou resto 8 e não sabiam o que esse valor representava. Assim, mais uma vez o documento enfatizou a importância de um aprendizado com compreensão, não bastando apenas saber fazer a operação, era necessário compreendê-la.

O documento chamou a atenção com respeito a importância do cálculo mental tanto para resolver o problema prático das crianças como também para a compreensão da operação. Dessa forma, outra vez a abordagem do cálculo mental, no curso, se deu a partir de uma situação fora da sala de aula, porém sua importância consistia também no próprio aprendizado matemático.

Assim, é possível constatar que o cálculo mental, em todo o curso, foi explorado “também como fonte para a compreensão das propriedades operatórias” (p. A-2). Na sequência, após ser ressaltada a importância do cálculo mental, foram apresentados “mais alguns exemplos em que as propriedades e conceitos relativos à divisão despontam no cálculo mental” (p. A-2).

Os exemplos apresentados envolveram, na realização do cálculo mental da divisão, situações em que era necessária a decomposição do dividendo. No entanto, foi frisado que essa decomposição não deveria ser realizada de qualquer jeito.

Figura 7: Decomposição adequada para a realização do cálculo mental.



Fonte: Curso de Matemática por Correspondência, Módulo 8 (p. A-3).

Desse modo, além de usar as propriedades operatórias, é possível constatar que o cálculo mental abordado no curso exigia um raciocínio e uma tomada de decisão que estava de acordo com o cálculo que se queria realizar, não era uma operação mecanizada e inflexível, mas uma operação pensada intencionalmente.

A divisão, assim como a multiplicação, foi abordada a partir de diferentes maneiras possíveis de ser realizada. No curso também foi apresentado o algoritmo tradicional da divisão e sua explicação. Com o intuito de proporcionar a compreensão da operação realizada, foi utilizado o material dourado. A operação por meio do algoritmo e com o material dourado foi explorado concomitantemente. Ao finalizar as etapas da explicação afirmaram que “a compreensão deste algoritmo da divisão depende da compreensão do nosso sistema de numeração, do domínio da subtração e da multiplicação e de uma certa experiência com estimativas e cálculo mental” (p. A-7).

A seção “C” abordou a resolução de problemas, segundo o curso, um dos temas mais discutidos no ensino de Matemática daquele tempo e que as ideias apresentadas não tinham a finalidade de esgotar o tema, mas de oferecer “uma primeira oportunidade para refletir e, quem sabe, para experimentar uma nova estratégia em sala de aula” (p. C-4).

As principais orientações apresentadas consistiram na forma como o professor deveria propor um problema e na escolha do próprio problema. De acordo com documento, o professor

ao usar a resolução de problemas o professor deveria estabelecer um diálogo com a classe, fazendo questionamentos que possibilitassem aos alunos compreenderem o problema e apresentar sua solução.

O docente deveria solicitar que as soluções fossem explicadas pelos alunos e sempre estimular a resolução de um mesmo problema de maneiras distintas. Também foi sugerido o trabalho em grupo quando aplicada a resolução de problemas. Outro aspecto frisado foi a discussão de diferentes estratégias. Com esses movimentos, o curso indicava ser possível o desenvolvimento do raciocínio do aluno, e o professor era importante ainda ter paciência para ouvir e estimular os alunos. Os problemas escolhidos deveriam ter naturezas distintas, ser do interesse do aluno e não envolver situações “absurdas”, que fugiam completamente da realidade.

Mais uma vez o foco consistia em um aprendizado com significado de modo que o raciocínio do aluno fosse estimulado, dessa forma foi ressaltado o diálogo, a espontaneidade e a autonomia, aspectos que de acordo com o documento não eram estimulados na “forma tradicional de ensino” e que passou a ser o centro das discussões com os estudos das ciências da educação e da Psicologia Cognitiva.

De forma geral, a análise do curso possibilitou a identificação da articulação entre três campos distintos: o campo disciplinar matemático, o campo das ciências da educação e o campo da experiência. O campo disciplinar matemático estava relacionado aos conceitos matemáticos que eram formalizados, explicados e exemplificados, não na forma como o aluno deveria aprender, mas como o professor precisava conhecer. Nesse sentido, foram apresentados com uma densa simbologia matemática que os alunos do primeiro grau não estavam preparados para aprender, mas era necessário ao professor que ensinava matemática.

O campo das ciências da educação tratava a aprendizagem matemática como um processo baseado na compreensão, ideias advindas da Psicologia Cognitiva. Nesse sentido, no curso foram apresentadas diferentes maneiras que possibilitariam a realização desse processo que dependia inteiramente da ação docente. Em geral, as sugestões metodológicas consistiam em situações-problemas diversificadas com o intuito de proporcionar ao aluno a vivência com diferentes abordagens sobre uma mesma operação, o que possibilitaria a constatação, pelo aluno, de sutilezas que problemas de uma mesma natureza não permitiriam.

O curso também apresentou uma série de materiais concretos que deveriam ser utilizados como mecanismos favoráveis à compreensão das técnicas operatórias, como foi o caso do material dourado e o ábaco. Se por algum motivo o acesso a esses materiais não fosse

possível, o curso também apresentou a construção de outros materiais utilizando palitos, barbantes, tampas de garrafas e cartolina, enfatizando que a utilização desses proporcionaria o mesmo efeito que os materiais anteriormente citados.

As experiências docentes, incrementaram essa articulação abordando situações da sala de aula em que eram evidenciadas a postura do aluno frente ao aprendizado matemático, ressaltando as principais dificuldades que os alunos costumavam apresentar ao aprender as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Nessa articulação entre os três campos citados, o cálculo mental apareceu como uma ferramenta fundamental na compreensão do sistema de numeração decimal, assumindo um papel de proporcionar significação às operações e propriedades inerentes ao sistema de numeração decimal. Na forma como o curso abordou o cálculo mental, isso seria possível pois ele possibilitaria ao educando uma experiência com as propriedades das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, sem mesmo ainda tê-las estudado formalmente, além também de desenvolver a autonomia do aluno frente ao aprendizado matemático e a sua espontaneidade na elaboração de estratégias para a realização do cálculo mental.

No entanto, para que isso ocorresse, era necessário que o professor utilizasse os problemas de cálculo mental adequados e que o cálculo mental não fosse restrito à memorização de operações, mas passasse por um processo de elaboração que ocorreria no momento em que as estratégias adotadas pelos alunos fossem discutidas e sistematizadas, resultando de fato em um aprendizado baseado na compreensão, superando assim a mecanização com que em geral eram estudadas as operações. Nesse sentido, o cálculo mental assumia papel metodológico para o ensino do sistema de numeração decimal, um saber específico do professor que ensinava matemática e que consistia em uma ferramenta para o ensino de matemática, portanto um *cálculo mental para ensinar* o sistema de numeração decimal, uma *matemática para ensinar*.

Assim, é possível ressaltar o papel do professor nesse processo, diferentemente de um professor “expositor”, o curso apresentava elementos para a formação de um professor orientador, disparador de situações-problemas que gerasse compreensão, estimulador de descobertas e que possibilitasse o desenvolvimento do raciocínio das crianças.

Vale realizar um paralelo entre o que foi possível evidenciar no levantamento bibliográfico e na análise do curso. Os trabalhos de Fontes (2010), Benites (2011), Pais e Freitas (2015), Pinto (2016), Berticelli (2017) e Cardoso (2018) apontaram para diferentes perspectivas sobre o papel do cálculo mental no ensino de matemática, um saber que deveria ser ensinado em um primeiro momento por seu caráter pragmático evidenciado pelo próprio objetivo do

ensino de matemática da época, o cálculo mental passou a ser gradativamente, entre entradas e saídas dos programas de ensino, um saber pedagógico para o ensino de matemática e isso teve um maior impacto durante a década de 1980 quando as pesquisas do NCTM e os estudos de John Hope apontam um cálculo mental relevante para o processo de ensino e aprendizagem, não apenas por seu caráter pragmático, mas por este “envolver uma forma sofisticada de pensamento matemático” (1986, p. 52).³³

Dessa forma, a memorização perdeu espaço para a compreensão. Os treinamentos por meio de “cálculos abreviados” saíram de cena. A memorização dos fatos fundamentais não deveria se dar por meio da repetição, os fatos fundamentais deveriam ser construídos pelos alunos por meio de jogos, era necessário dinamizar o ensino de matemática e isso provocou mudanças também na forma como o cálculo mental foi abordado.

No curso não foi chamada atenção para os problemas orais, embora fosse indicado uma série de problemas, no entanto não foram denominados como orais, mas eram problemas que estavam relacionados ao cotidiano da criança e envolviam apenas uma operação, mesmas características que os problemas orais citados no levantamento bibliográfico o que muda é contexto que no levantamento bibliográfico estava relacionado ao adulto e no curso estava relacionado a criança.

Autonomia, destreza na resolução de problemas da escola e da vida foram aspectos evidenciados no período anterior a década de 1980 e que também permaneceram no curso do final dos anos 1980. A seguir é esboçada a análise do artigo Cálculo mental, escrito por Maria do Carmo Domite e Marcelo Lellis.

3.2 – Saberes para ensinar cálculo mental e um cálculo mental para ensinar no artigo “Cálculo mental” (1989)

Outro trabalho que teve a contribuição de Maria do Carmo Domite foi o artigo “Cálculo mental” publicado pela Revista de Ensino da FUNBEC no ano de 1989. Diferentemente do Curso de Matemática por Correspondência, o qual tinha um caráter formativo, o artigo tinha um caráter de orientador pedagógico. O artigo foi escrito em coautoria com o pesquisador e professor Marcelo Lellis.

No texto, os autores estabeleceram um diálogo com o leitor. Inicialmente apontam aspectos gerais para a importância do cálculo mental no dia a dia, como a conferência de um

³³ Texto traduzido por Mendonça-Domite.

troco, por exemplo. Mas os autores não apontam apenas esse aspecto, ressaltam também a importância do cálculo mental para o desenvolvimento matemático do aluno, afirmando que “ele pode dar notável contribuição à aprendizagem de conceitos matemáticos, ao desenvolvimento do raciocínio e à formação emocional do aluno” (MENDONÇA; LELLIS, 1989, p. 51).

Da mesma forma que no módulo 3 do curso analisado anteriormente, o artigo é iniciado com uma situação e também se refere ao “cálculo na lanchonete”, mesmo exemplo utilizado no módulo 3. De forma semelhante ao que foi trabalhado no módulo 3, Mendonça e Lellis (1989) chamam a atenção para o fato do aprendizado de uma única forma de calcular. Entretanto, diferentemente de como foi trabalhado o módulo 3, o artigo tem um caráter orientador da ação do professor em sala de aula.

Assim, os autores consideram o cálculo mental como um recurso que o aluno utilizaria em sua vida prática e, para o professor, “como recurso pedagógico para a aprendizagem da Matemática” (MENDONÇA; LELLIS, 1989, p. 52). Esses autores apresentaram algumas situações nas quais entendem que o cálculo mental se torna essencial: “Será melhor pagar de uma vez só com 10% de desconto ou em duas vezes sem desconto?”; “Será que passei o limite do cheque especial?”; “Terei dinheiro suficiente no final do mês?”. Tais situações para os autores não necessitam de um cálculo exato, mas de uma decisão imediata.

Além disso, afirmaram que os números estavam permeando os meios de comunicação, “somos bombardeados com uma grande quantidade de informações numéricas: inflação, reajustes de preços e salários, lucros e prejuízos de empresas, a dívida externa do país, e mil outros aspectos da vida moderna, todos aposentados numericamente.” (MENDONÇA; LELLIS, 1989, p. 52). Com isso, afirmam que ter familiaridade com números é essencial assumindo ainda que o cálculo mental “deve ganhar força enquanto o cálculo escrito perde status” (p. 53).

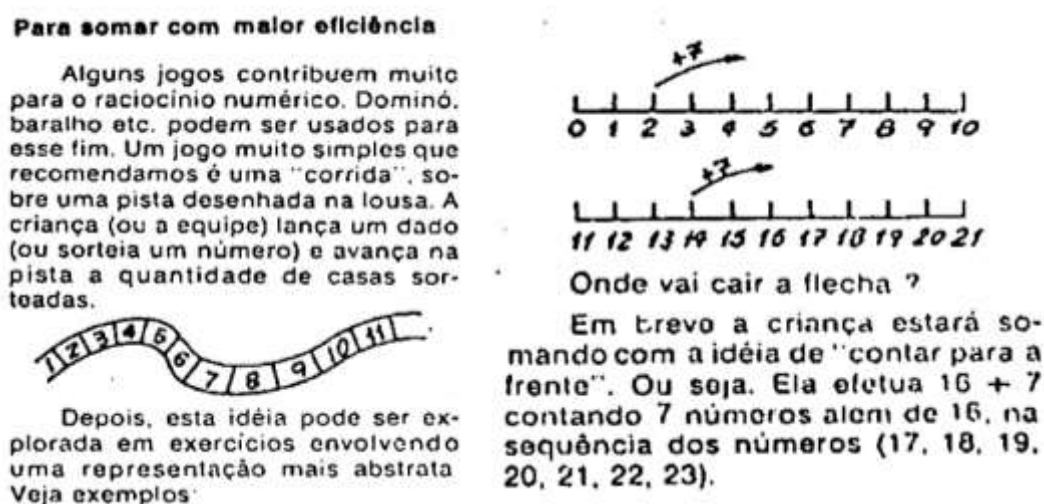
Esses são alguns argumentos apontados pelos autores ao justificarem a importância de desenvolver no aluno a habilidade com o cálculo mental, sendo considerado um recurso indispensável para o aluno ao se deparar com certas situações em seu dia a dia.

Mas, e como um recurso pedagógico quais são os benefícios? Como já foi mencionado, segundo os autores, o cálculo mental contribui para a aprendizagem de conceitos matemáticos, para o desenvolvimento do raciocínio e à formação emocional do aluno. Assim, os autores propuseram uma sequência didática para que esses três aspectos fossem contemplados.

Para a primeira e segunda série sugeriram inicialmente o uso dos dedos para adição e subtração de pequenas operações com números menores que dez, nesse momento os autores afirmam que a soma é representada por “juntar dedos” e a subtração por “tirar dedos”, assim consideram que esse movimento concretiza o entendimento do aluno. Indicaram que essa abordagem deveria ser realizada oralmente.

Os dedos não foram os únicos recursos que os autores salientaram, apresentaram também o uso de moedas, tampinhas de garrafa, jogo de corrida, reta numérica e o material base 10³⁴. Da forma como Mendonça e Lellis (1989) indicaram a utilização desses materiais é possível identificar que o intuito de os utilizar era de contribuir para a compreensão da técnica que o professor desejava que o aluno empregasse quando esse efetuasse a operação, o que pode ser constatado na figura a seguir.

Figura 8: Uso de materiais.



Fonte: Mendonça e Lellis (1989, p. 53).

Esse é um exemplo de que, para os autores, mais importante que decorar um procedimento era compreendê-lo. Nesse exemplo é possível identificar ainda que esse tipo de atividade contribuiria para o desenvolvimento tanto do cálculo mental bem como do raciocínio matemático do aluno.

Com relação a multiplicação, os autores afirmaram que nessas séries era mais conveniente que decorar a tabuada contribuir para que os alunos identificassem os fatos fundamentais da multiplicação, auxiliando inicialmente o aluno a perceber que a multiplicação é uma soma de parcelas iguais e posteriormente fazer questionamentos do tipo: “Você já sabe

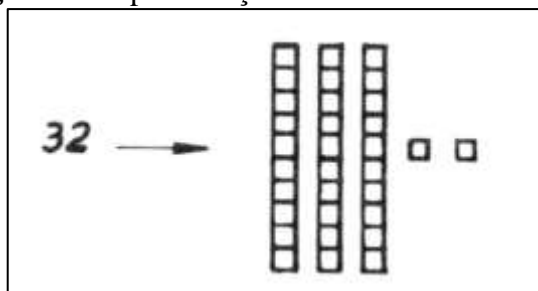
³⁴ Que também é conhecido como material dourado.

que 5×8 é 40. Então, quanto é 6×8 ?” para que o aluno compreendesse que bastava incluir um 8 a mais.

Uma técnica recorrente pelos autores para o desenvolvimento do cálculo mental foi a decomposição e composição dos números, para isso sugeriram o trabalho com o “material base 10” afirmando ser esse um recurso valioso para o trabalho com números maiores que dez. Outra vez sugerem a utilização do material como uma forma de compreensão da técnica, da mesma forma que a abordagem adotada no Curso de Matemática por Correspondência (1989).

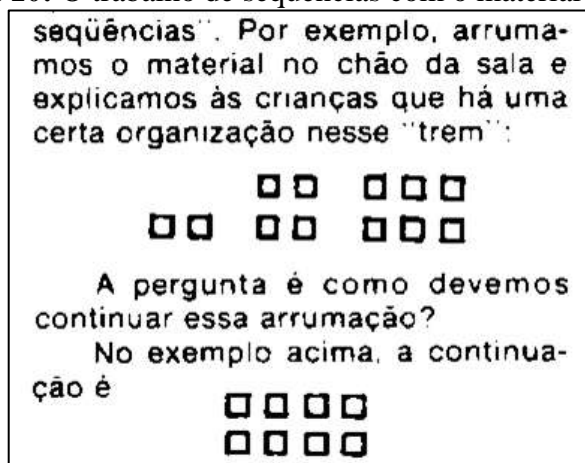
Desse modo, com o “material base 10” foi sugerido que o professor propusesse atividades em que o aluno elaborasse representações dos números de dois algarismos. Ao que tudo indica, o objetivo era proporcionar ao aluno uma experiência concreta, o que estava de acordo com os estudos elaborados por educadores e psicólogos do período, como já foi ressaltado na análise do Curso de Matemática por Correspondência. Os autores sugeriram ainda o uso de seqüências numéricas com o mesmo material, conforme é apresentado na figura 11 e na figura 12.

Figura 9: Representação com o material base 10.



Fonte: Mendonça e Lellis (1989, p. 54).

Figura 10: O trabalho de seqüências com o material base 10.



Fonte: Mendonça e Lellis (1989, p. 54).

Essas seqüências, segundo Mendonça e Lellis (1989) facilitariam, dentre outros aspectos, o cálculo de multiplicações. Essas seqüências assemelham-se aos resultados da

tabuada do número dois, eles sugerem mesmo esquema para o número cinco por exemplo, assim, parece que estavam trabalhando a tabuada, mas não de forma pronta e com seus resultados aparentes. Mendonça e Lellis (1989), apontam ainda que ao final da segunda série, a composição e decomposição de números poderia ser utilizada em subtrações orais e citaram alguns exemplos: “25 - 13 por partes: primeiro, $25 - 10 = 15$ e depois $15 - 3 = 12$ ”.

Ainda para essas séries foi indicado o trabalho com expressões numéricas ressaltando a importância de o professor discutir com os alunos as estratégias utilizadas e que fossem apresentadas outras situações do mesmo tipo. Nesse procedimento o aluno teria o contato com as propriedades da adição. No exemplo apresentado o educando teria contato com a propriedade associativa da adição: “ $4 + 5 + 6 + 5$ ”, para resolver foi sugerido a estratégia de somar primeiro 4 com 6 e 5 com 5 e, em seguida, somar o resultado. Assim, foi alterada a ordem da expressão e o aluno utilizou a propriedade associativa da adição.

Nessas séries os autores não afirmaram que já seria trabalhado o cálculo mental, mas que os procedimentos indicados preparavam o aluno para que no futuro conseguisse realizar operações de cálculo mental. Já para a terceira e quarta série, Mendonça e Lellis (1989), sugeriram que o professor reservasse momentos de resoluções de cálculo mental.

A sugestão dada é que o professor deveria propor ao aluno expressões numéricas com apenas a operação de adição e, posteriormente, expressões que envolvessem as duas operações, e que essas sejam resolvidas mentalmente, ou seja, sem papel. Após a resolução, Mendonça e Lellis (1989) sugeriram que o professor estabelecesse um diálogo com os alunos para que fossem discutidas com eles maneiras distintas de solução que tornem a resolução mais eficiente.

É nesse momento que possivelmente ocorre o desenvolvimento da autonomia do aluno, pois segundo Mendonça e Lellis (1989), o cálculo mental é pessoal e cada um deve criar a sua própria estratégia, assim ao mesmo tempo em que era desenvolvida a autonomia do aluno, era desenvolvida também a sua formação emocional, pois “parece que todos repartem a sensação de que a Matemática não é inatingível. Cada aluno começa a sentir-se capaz de criar, nesse domínio.” (MENDONÇA; LELLIS, 1989, p. 52).

Em seguida os autores sugeriram o trabalho com adição de números maiores que dez, e mais uma vez indicam o uso do “material base 10” para que fosse identificado pelo educando que pode ser somado separadamente as dezenas e unidades e depois somados os seus resultados. Após o aluno se familiarizar com a técnica indicaram ao professor que fossem propostas atividades de soma de números com dois algarismos e que essas fossem resolvidas mentalmente.

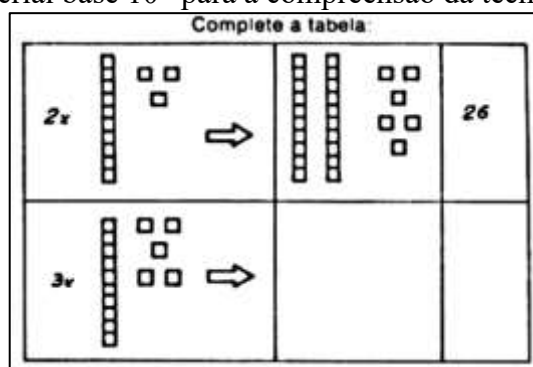
Depois, sugeriram que o professor solicitasse uma outra forma de realizar os cálculos decompondo apenas o segundo número. Os autores afirmam que na quarta série talvez os alunos já soubessem operar com números de três algarismos, mas não propuseram nenhuma atividade.

Um outro recurso sugerido pelos autores é a pergunta “quanto falta” essa estratégia segundo os autores torna a subtração mais eficiente. Mendonça e Lellis (1989) afirmaram que essa técnica poderia ser desenvolvida com alguns problemas a partir da segunda série, no entanto não indicaram como deveriam ser os problemas e afirmaram que o ideal era que esse recurso fosse utilizado apenas na terceira série.

Depois de familiarizados com o “quanto falta” os autores exemplificaram alguns problemas que poderiam ser propostos aos alunos: “De 75 para 110, quanto falta? De pequenos "pulos" para sair de 75 e chegar a 110”, como solução apresenta: “de 75 para 80, faltam 5; de 80 para 100, faltam 20; de 100 para 110, faltam 10; então, o resultado é $5+20+10=35$. Mais uma vez os autores ressaltaram que o cálculo mental era uma atividade pessoal e o professor não deveria impor métodos únicos para realiza-los.

Para a multiplicação, sugeriram a distributividade, mas para isso indicaram mais uma vez o uso do “material base 10” com o intuito que o aluno identificasse com o auxílio do material que poderia multiplicar separadamente as dezenas e unidades e depois somá-las. Tendo compreendido isso os autores sugerem que o professor proponha algumas operações para que o aluno resolvesse mentalmente, por exemplo “ 3×12 , 5×23 , 4×15 ”.

Figura 11: O “material base 10” para a compreensão da técnica na multiplicação.



Fonte: Mendonça e Lellis (1989, p. 55).

Para as divisões, Mendonça e Lellis (1989) afirmaram que perceber que a divisão é o inverso da multiplicação era um recurso básico, porém consideravam um recurso útil apenas para operações em que o dividendo possui até dois algarismos. Desse modo, para operações que envolvessem dividendo com mais de dois algarismos sugeriram a decomposição do dividendo e a distributividade. Para que o aluno tenha uma experiência concreta com a técnica e assim possa melhor compreendê-la indicaram a utilização de dinheiro ou do “material base

10”. Após os alunos compreenderem a ideia os autores afirmaram que estariam aptos a resolverem divisões mentalmente do tipo “ $328 \div 3$ ” e “ $618 \div 3$ ”.

Para os autores as escolhas dos cálculos a serem explorados é opção do professor o qual deve fazer suas escolhas a partir da realidade dos seus alunos. Com relação a quinta e sexta série os autores afirmam que todos os processos mencionados podem ser trabalhados e aprimorados, ressaltaram ainda que o diálogo com os alunos permitiria o surgimento de novos procedimentos. Mendonça e Lellis (1989) recomendaram ainda que os cálculos envolvessem frações, decimais e porcentagem. Como exemplo indicaram: “a) $1+1/2$; $2+1/3$; $1/4$ de 20”; “b) $3 \times 0,5$; $7 - 0,1$; $8 \times 1,2$ ”; “c) 5 é quanto por cento de 20? quanto é 10% de 75?”.

Na análise do artigo escrito por Mendonça e Lellis (1989) foi possível verificar três etapas para o ensino do cálculo mental. A primeira estava ligada a escolha dos “recursos” a serem desenvolvidos, os quais deveriam estar de acordo com a série do aluno. Foi possível identificar um aumento no nível de dificuldade nas atividades, esse nível de dificuldade estava relacionado a abstração, as atividades partiam em geral do concreto para o abstrato.

Outro fato que evidencia o aumento da dificuldade é que, inicialmente, para as primeiras séries, foram sugeridas atividades envolvendo adição e subtração de até duas parcelas de forma que essas parcelas estivessem limitadas a ordem da dezena. Já para a quarta série, as atividades introduziram a ordem da centena. As operações também mudavam. Se nas primeiras séries as multiplicações eram entre unidades, nas séries posteriores foram sugeridos números na ordem da dezena, e a estratégia passou a ser a utilização da propriedade distributiva, não mais a ideia de adição de parcelas iguais.

Pois bem, definido o recurso/estratégia a ser desenvolvida, o passo seguinte consistia na escolha da melhor atividade e do material que proporcionasse esse desenvolvimento. Essa segunda etapa pode ser considerada como experimental, era aquela em que consistia na aplicação da atividade e que possibilitaria ao aluno a compreensão do “recurso”/estratégia. A terceira etapa consistia na resolução de uma atividade que proporcionasse o uso do “recurso”/estratégia sendo também uma etapa que proporcionaria a abstração da ideia, mesmo que inicial.

A organização da sequência elaborada por Mendonça e Lellis (1989) apresenta semelhanças com a ideia defendida por Piaget (1975) com relação as fases do desenvolvimento cognitivo, mais precisamente com a terceira fase denominada por “operatório-concreto”, que se refere ao desenvolvimento do pensamento entre os sete e doze anos de idade, o que coincide com as séries a quem eram destinadas as atividades elaboradas por Mendonça e Lellis (1989).

Segundo Piaget (1975), existem quatro períodos gerais de desenvolvimento cognitivo: sensório-motor, pré-operacional, operacional-concreto e operacional-formal. No período operacional-formal, segundo Moreira (1999), a criança deixa de lado o egocentrismo, ou seja, a concepção de que ela é o centro e os objetos existem em função dela, e passa a ter um pensamento mais organizado, ela torna-se capaz de pensar no todo e nas partes simultaneamente, no entanto, embora nessa fase a criança já seja capaz de fazer certos raciocínios lógicos, “as operações incidem diretamente sobre objetos reais, de modo que o possível é subordinado ao real” (MOREIRA, 1999, p. 98).

As atividades propostas por Mendonça e Lellis (1989) parecem levar em consideração esse estágio idealizado por Piaget, Maria do Carmo Domite afirma em seu Memorial Acadêmico que,

No ano de 1975 decidi voltar aos estudos, mas desta vez já colocando o timão na direção da educação matemática. [...] Fiz inúmeros cursos, dois deles ministrados pelo professor Zoltan Paul Dienes, [...]. Foi, então, um momento de estudar também Piaget e Bruner e Dienes, que tinham como foco central de suas propostas de aprendizagem os materiais de manipulação – material dourado multibase, Cuisenaire, blocos lógicos, entre outros – frente a justificativa, como quase todos sabem, de que a ação sobre objetos seguida da coordenação mental destas ações ajudaria na construção das idéias matemáticas numa certa faixa etária (DOMITE, 2001, p. 5).

Parece que a professora Maria do Carmo Domite leva os estudos efetuados sobre Piaget, Bruner e Dienes para a sistematização de uma proposta para o ensino de cálculo mental no artigo escrito com Lellis. Embora Dienes tenha sido muito influente no Brasil por volta da década de 1970, no período do Movimento da Matemática Moderna – MMM, Soares (2014) ressalta que é possível identificar indícios das contribuições de Dienes, “cuja herança continuou se fazendo presente nas práticas pedagógicas, mesmo depois do MMM ter sido dado como encerrado” (p. 104). Assim, ainda em 1989, é possível identificar indícios das concepções de Dienes sobre o ensino de Matemática.

Segundo Medina (2016), assim como Piaget, Dienes seguia as ideias da Psicologia Cognitiva, e abordava “o ensino da Matemática explorando-a como uma estrutura única, procurando desenvolver uma nova metodologia, utilizando jogos em atividades, com materiais concretos, que retratam a estrutura fundamentais da Matemática” (p. 412). A principal característica da abordagem indicada por Dienes era a variedade de materiais indicados para o ensino da matemática, ressaltando a importância da experiência concreta para, em seguida, ser efetuada a abstração. Corroborando Medina (2011) ao afirmar que

A metodologia indicada pelo autor consiste basicamente em atividades com jogos realizados em situações artificiais, especialmente construídas, que

ilustram concretamente as estruturas fundamentais da Matemática que se quer explorar e o modo como elas se relacionam, originando outras mais complexas, em atividades investigativas, individuais ou em pequenos grupos (MEDINA, 2011, p. 6).

Essas ideias, aqui brevemente resumidas, revelam que a proposta de Mendonça e Lellis (1989) também se apropriou da teoria de Dienes, uma vez que, a variedade de atividades usando diversos materiais e jogos era nítida e tinha um papel importante em assegurar ao aluno uma experiência concreta. As ideias de Jerome Bruner também puderam ser constadas, uma vez que “sua teoria leva em consideração a curiosidade do aluno e o papel do professor como instigador dessa curiosidade, daí ser denominada teoria (ou método) da descoberta” (MEDINA, 2011, p. 6).

Portanto, é possível considerar que o cálculo mental proposto por Mendonça e Lellis (1989) se consistiu em um cálculo mental para ensinar uma vez que era um cálculo mental que consistia em uma ferramenta para o professor. Na sistematização elaborada pelos autores estava presente uma preocupação não só com o saber a ser ensinado, mas como este deveria ser ensinado, além disso os autores demonstraram preocupação com o papel da escola que estava para além daquele de preparar o aluno para os conteúdos escolares, disciplinares, os autores revelam preocupação com o aluno fora da escola e que saberes deveriam ser ensinados de forma que preparasse o aluno para situações diferentes da sala de aula.

A abordagem dos autores revela ainda uma apropriação das ciências da educação inserindo as ideias da psicologia e da educação matemática com apropriação das ideias de Piaget, Dienes Bruner, enfatizando a experiência concreta, a adequação na idade do desenvolvimento cognitivo, e o uso de materiais concretos no ensino e um professor orientador. Um cálculo mental que ultrapassava as ideias do campo disciplinar matemático, um cálculo mental para ensinar, uma ferramenta que se apresentava para além de uma metodologia, trazia consigo ideias cognitivas de como se dava o aprendizado, do papel da escola e da própria matemática. Uma proposta em que os saberes oriundos do campo pedagogia/ciências da educação, "que se desenvolve a partir de um conjunto de saberes existentes elaborados por e para esses profissionais" (Hofstetter e Schneuwly, 2020, p. 21), tornaram-se fundamentais para a efetivação da atividade docente, ou seja, para a profissionalização desse profissional.

O tópico a seguir apresentará a análise do documento intitulado “Cálculo mental” e datado de 1995. Será que é possível verificar mudanças no entendimento e na abordagem do cálculo mental?

3.3 – Saberes para ensinar cálculo mental a partir de Mendonça (1995)

Um outro documento encontrado no acervo da professora Maria do Carmo Domite tem como título “Cálculo mental” e é datado de 1995. Logo abaixo do título tem o nome da referida professora o que leva a crer que o escrito foi de sua autoria. O que é esse texto? Não é sabido, no entanto, parece um rascunho de um curso, palestra ou aula sobre cálculo mental.

Organizado em perguntas, a primeira foi “O que é cálculo mental?” e teve como resposta: “é o processo de encontrar respostas exatas mentalmente sem a ajuda de lápis e papel ou calculadora” (p. 01). Esse entendimento não se distingue do que o curso e artigo analisados anteriormente apresentaram.

A segunda pergunta foi “Por que desenvolver o cálculo mental na escola?”. A resposta consistiu em quatro fatores:

Contribui para uma relação de maior autonomia com o conhecimento matemático; desenvolve um pensamento intuitivo mais confiante; contribui para uma melhor compreensão das propriedades dos números, das operações e das regras do sistema de numeração, entre outros; possibilita a valorização do conhecimento espontâneo, na maioria das vezes adquirido fora da escola (MENDONÇA, p. 01, 1995).

Nesse sentido, é possível notar que o cálculo mental vai além de uma habilidade que deveria ser desenvolvida pelo aluno, vai além de um saber que deveria ser ensinado, ele assume um importante papel no aprendizado matemático com respeito ao sistema de numeração, suas propriedades e operações, além de proporcionar um ensino baseado na autonomia do aluno e em seus processos espontâneos o que estava no centro das discussões do período. É possível constatar que esses elementos também foram contemplados nos documentos analisados anteriormente.

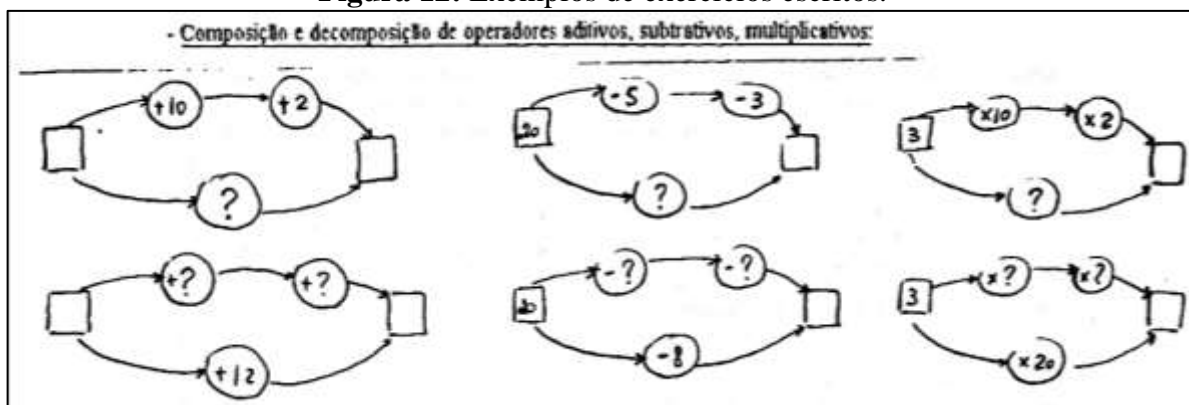
A terceira pergunta foi “Como desenvolver o cálculo mental?”. A resposta a esse questionamento também está relacionada aos elementos já constatados nas análises anteriores: “motivação por parte do professor para discutir/orientar/motivar/dialogar com o cálculo mental dos alunos. Atenção professor: não é adestramento!” (p. 1). Assim, é possível constatar o papel do professor diferente daquele que expõe, dita e impõe. Outro ponto que vale destacar é que, embora indicasse o desenvolvimento do cálculo mental o professor não deveria adestrar os alunos, mas discutir, orientar, motivar e dialogar, o que remete ao que também foi ressaltado nas análises anteriores.

Sendo assim, não se tratando de um adestramento, nem tão pouco de uma exposição de estratégias para um melhor desempenho com o cálculo mental, Mendonça (1995) apresenta

uma série de atividades que contribui para esse desenvolvimento espontâneo e autônomo. Foram indicados ao professor que solicitasse ao aluno a verbalização do raciocínio que o levou a resposta e que esses fossem confrontados com os processos dos demais alunos.

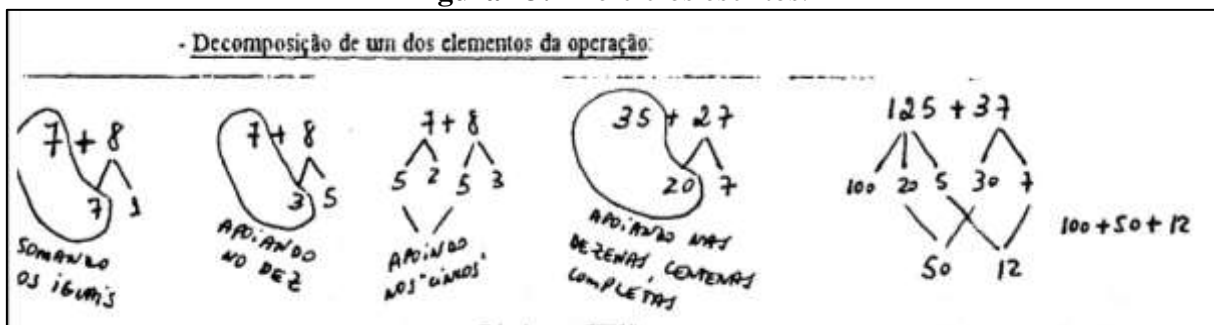
Com relação às atividades, Mendonça (1995) sugeriu jogos, “exercícios de cálculo escrito” e a pesquisa de cálculo mental dos adultos e realizar uma discussão e análise sobre ele. Os “exercícios escritos” consistiam em escrever seqüências numéricas e atividades em que eram usadas a composição e decomposição numérica, propriedades que foram ressaltas no Curso de Matemática por Correspondência e no artigo Cálculo mental (1989) como estratégias para o cálculo mental utilizadas sem que o aluno tivesse consciência de que estava utilizando. A figura 14 e a figura 15 apresentam exemplos desses exercícios.

Figura 12: Exemplos de exercícios escritos.



Fonte: Mendonça (1995, p.02).

Figura 13: Exercícios escritos.



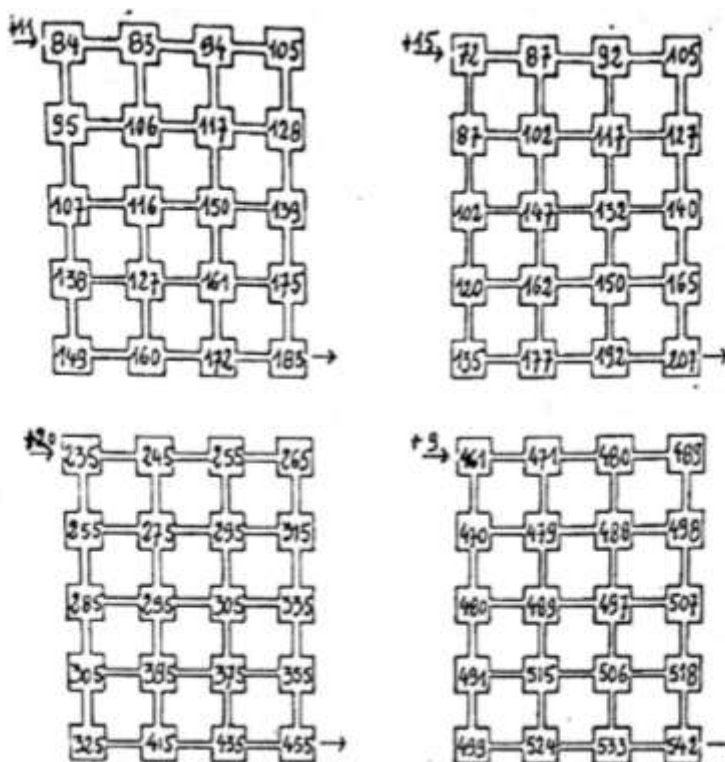
Fonte: Mendonça (1995, p.02).

Um exercício idêntico ao apresentado na figura 14 foi apresentado também no artigo “Cálculo mental” (1989) e os recurso “somando os iguais” e “apoando no dez” foram mencionados no “Curso de Matemática por Correspondência”. Se no curso os autores apresentaram como exemplos de estratégias ao calcular mentalmente, neste documento escrito

por Mendonça (1995), eles aparecem em exercícios que a autora indica como mecanismo para desenvolver o cálculo mental.

Os exercícios escritos também continham operações de porcentagem os quais deveriam ser resolvidos a partir de valores já conhecidos. Por exemplo, para calcular 75% de um valor bastava somar a metade do valor com a metade da sua metade. Com relação aos jogos tinha orientação para a construção de um baralho com os alunos que desenvolveria a ideia de agrupamento, outro jogo indicado foi “Labirintos” como pode ser observado na figura 16. O objetivo era encontrar o caminho que levava à saída, para isso era necessário passar de uma casa para outra efetuando sempre a mesma operação indicada no alto da esquerda. As operações eram de adição e subtração, algumas envolviam números decimais.

Figura 14: Labirintos.



Fonte: Mendonça (1995, 05a).

Outro jogo indicado por Mendonça (1995) foi o “jogo da velha”, nele o objetivo era trabalhar a multiplicação. Dessa forma é possível constatar que a memorização da multiplicação deveria ser dinâmica e não decorando a tabuada, da mesma forma que foi abordado no Curso

de Matemática por Correspondência. Essas atividades, Mendonça (1995) afirmou ter retirado do livro “*Le Calcul Mental C’est Simple en S’anmusant*”³⁵ de Dominique Grandpierre.

A análise do documento “Cálculo mental” (1995) possibilitou identificar que Maria do Carmo Domite ainda apresentava a mesma concepção de cálculo mental presente nos documentos anteriores, as propostas para ensinar esse saber também se mantiveram semelhantes. Era necessário um professor que orientava, estimulava, discutia e dialogava, saber efetuar o cálculo mental *para ensinar* cálculo mental não era suficiente, o professor deveria dispor de exercícios escritos e jogos que proporcionassem o desenvolvimento do cálculo mental de modo que a compreensão fosse privilegiada.

Nesse sentido é possível identificar uma sistematização de saberes próprios para o ensino de cálculo mental além também de um cálculo mental *para ensinar* o sistema de numeração decimal, uma vez que, ao passo que o professor utilizasse as estratégias indicadas para o desenvolvimento do cálculo mental, também estaria possibilitando o desenvolvimento do sistema de numeração decimal. Nesta análise, assim como nas análises anteriores, foi possível constatar as ideias advindas das ciências da educação, a partir dos estudos de Piaget, Dienes e Bruner.

³⁵ Tradução “O cálculo mental é simples e divertido”.

CONSIDERAÇÕES

A pesquisa aqui apresentada teve por objetivo analisar o cálculo mental sistematizado por Maria do Carmo Santos Domite para a formação de professores no período de 1980 a 1995. Norteada pela seguinte questão qual o cálculo mental sistematizado por Maria do Carmo Domite para a formação de professores no período de 1980 a 1995?

Um levantamento de pesquisas brasileiras que caracterizaram orientações sobre o ensino de cálculo mental em perspectiva histórica constituiu-se em etapa da pesquisa visando “conhecer” o que já havia sido investigado sobre a temática. Essas pesquisas mostraram a trajetória do cálculo mental nos Programas de Ensino e em Revistas Pedagógicas evidenciando orientações ao professor de como deveria ser o trabalho em sala de aula com o cálculo mental.

Desse modo, foi possível elaborar uma cronologia sobre como essas orientações foram sendo modificadas ao passar dos anos:

- Em um primeiro momento, por volta dos anos de 1881, o cálculo mental foi indicado em uma lista de exercícios, não havia orientações sobre o seu ensino.
- Posteriormente, entre os anos de 1899 a 1901, o cálculo mental passou a assumir o papel de evidenciar o caráter utilitário da aritmética. O seu ensino deveria se dar por meio da memorização e repetição.
- Depois desse período, as orientações sobre o ensino de cálculo mental saem de cena e voltam a ser mencionada nos programas de ensino a partir do ano de 1926. Ainda com o foco em evidenciar o caráter utilitário da aritmética. As orientações ao professor consistiam na aplicação e repetição de exercícios de cálculo mental por meio de “cálculo abreviados”, “contagens rítmicas”, dentre outros procedimentos que favoreceriam a realização do cálculo mental rápido e exato. Assim, o professor deveria dispor de exercícios que minimizassem o processo de efetuar cálculos mentais. Desse modo, para ensinar cálculo mental era necessário ter boa desenvoltura e “adestrar” os alunos para esse fim. Bastava ao professor um “saber fazer”. Os problemas matemáticos eram, em sua maioria, orais e relacionados ao sistema monetário e métrico. Essa configuração parece estender-se até o ano de 1950.
- A partir da década de 1950, nas orientações sobre como deveria ser o ensino de cálculo mental é possível constatar que o papel do cálculo mental no ensino vai sendo modificado. Nessa conjuntura, ele vai adquirindo caráter pedagógico, o seu ensino passou a ser indicado como importante para o desenvolvimento do raciocínio do aluno

e para a resolução de problemas da escola e da vida. O professor deveria valorizar os processos espontâneos dos alunos no cálculo mental, sendo possível identificar uma secundarização de seu aspecto utilitarista. Embora fosse, ainda, indicada a repetição de exercícios de cálculo mental e do uso de “cálculos abreviados”, herança de um tempo, ele vai ganhando nova "roupagem".

- Durante a década de 1970, período do Movimento da Matemática Moderna, o cálculo mental mais uma vez sai de cena. As discussões sobre o cálculo mental voltam a integrar os programas de ensino a partir da década de 1980. Esse período foi marcado pelas descobertas da Psicologia Cognitiva e pelos estudos advindos do Movimento da Educação Matemática. As orientações sobre o ensino de cálculo mental tomaram um sentido diferente daqueles já mencionados. Além da "herança do tempo" - cálculos abreviados, exercícios de cálculo mental, valorização dos processos espontâneos dos alunos como parte do processo de aprendizagem - enfatiza-se habilidades do cálculo mental com ênfase no significado analisando relações e propriedades dos números.

Esse último período da cronologia corresponde ao período em que foram localizados os trabalhos de Maria do Carmo Domite sobre o cálculo mental. O exame desses materiais, possibilitou identificar nas propostas de Maria do Carmo Domite que o professor deveria adotar os seguintes procedimentos: incentivar o aluno a explicar oralmente a solução encontrada e em seguida sistematizar por escrito as estratégias adotadas, utilizando uma representação que poderia ser um esquema explicativo a partir de agrupamentos não convencionais: “somando os iguais”, “decompondo e associando convenientemente” e “relacionando uma parcela com um ‘número redondo’”.

Por meio desses procedimentos o professor proporcionaria ao aluno o desenvolvimento da habilidade com o cálculo mental ao mesmo tempo que o levaria a ter uma experiência com as propriedades do sistema de numeração decimal, ainda que o aluno não conhecesse formalmente a definição de cada propriedade. Tal processo, por certo, levaria a uma melhor compreensão quando as propriedades fossem abordadas formalmente.

A partir dessas constatações sobre o cálculo mental sistematizado em trabalhos de autoria de Maria do Carmo Domite e da mobilização dos referenciais teóricos sobre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* foi possível constatar a objetivação de um cálculo mental *para ensinar* o sistema de numeração decimal em um período marcado pela busca de um aprendizado com compreensão a partir de experiências concretas, baseadas em princípios oriundos do Movimento da Educação Matemática.

Vale frisar que em todo o material analisado foi possível verificar que ao professor era necessário conhecer diferentes maneiras de realizar as operações elementares. Desse modo, ensinar matemática nos anos iniciais, requeria o domínio de outras formas de calcular, bem como de materiais e jogos que tornasse possível a elaboração de novas estratégias de cálculo mental, um saber para além do algoritmo. Era necessário proporcionar ao aluno o contato com as propriedades do sistema de numeração decimal antes mesmo de ele tê-las elaborado teoricamente.

Era necessário, ao professor, conhecer o sistema de numeração decimal com profundidade. Ter conhecimento da idade ideal que o aluno aprendia cada operação e saber qual o material mais adequado para cada situação, uma articulação entre o campo disciplinar matemático e o campo ciências da educação. Ou seja, o saber profissional do professor que ensinava matemática não deveria ser fragmentado em matemática e pedagogia, mas integrado pela articulação desses dois campos.

Do produzido até aqui se pode afirmar que Maria do Carmo Domite participou de processos de elaboração, sistematização e objetivação de saberes matemáticos para a formação de professores, confirmando a hipótese desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. F.; VALENTE, W. R. Os experts e a produção de saberes para a docência: primeiros estudos do acervo de Lydia Lamparelli. **Revista Linhas Críticas**, Brasília, v. 25, p. 318-332, 2019.

BENITES, M. C. P. **Cálculo mental nos anos iniciais do ensino fundamental: dúvidas e expectativa**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, 2011.

BERTICELLI, D. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017.

BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S.; VALENTE, W. R. **A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos para a formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BORER, V. L. Saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores. *In*: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 173-199.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais**. Programa de Educação Continuada. Curso de Matemática por Correspondência, 1988.

BURKER, P. **O que é História do Conhecimento?** São Paulo: Editora Unesp, 2016.

CARDOSO, A. C. S. **Cálculo Mental: Disciplina Mental, Cálculo Rápido**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática Licenciatura) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

DOMITE, M. C. S. **O desafio da Educação Matemática: da pluralidade aos focos de interesse**. 2005. Tese (Concurso de Livre-Docência) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

DOMITE, M. C. S.; FORNER, R. Um encontro entre Paulo Freire e a educação matemática: Maria do Carmo Domite instigada por Régis Forner. **Revista Internacional de Educación para la Justicia Social**, v. 3, n. 1, p. 157-172, 2015.

DOMITE, M. C. S. **Memorial Acadêmico**. São Paulo: FEUSP, 2001.

FARGE, A. **Lugares para a História**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2015.

FONTES, C. G. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

GUIMARÃES, M. D.; MORAIS, R. S. O Desenho na formação de professores. **Olhares: Revista do Departamento de Educação da Unifesp**, v. 7, n. 3, p. 178-188, 2019.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. “Profissionalização” e Formação de Professores: uma tipologia dos saberes de referência para a docência. *In*: VALENTE, W. R. (org.). **Ciências da educação, campos disciplinares e profissionalização**: saberes em debate para a formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 17-54.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. *In*: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 113-172.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M.; BOSS, F. “Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação” – A irresistível institucionalização do *expert* em educação (século XIX e XX). *In*: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 55-112.

MACIEL, V. B. **Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática**: uma aritmética para ensinar nos manuais pedagógicos (1880-1920). 2019. Tese (Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência) – Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2019.

MEDINA, D. Como ensinar matemática nos primeiros anos escolares em tempos do Movimento da Matemática Moderna? **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 16, n. 48, p. 403-422, maio/ago. 2016.

MEDINA, D. Piaget, Dienes e a secretaria de educação da prefeitura de São Paulo em tempos do movimento da matemática moderna. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., Recife, 2011. **Anais [...]**. Recife: IACME, 2011. p. 1-12. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2507/936. Acesso em: 20 maio 2020.

MORAIS, R. S. Experts em educação e a produção de saberes no campo pedagógico. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 12, n. 26, p. 61-70, set./dez. 2017.

MORAIS, R. S. Theoretical-methodological approach of research on the production of new Mathematical knowledge by Education Experts. **Pedagogical Research**, v. 5, n. 3, p. 1-8, 2020.

NÓVOA, A. O passado e o presente dos professores. *In*: NÓVOA, A. (org.). **Profissão Professor**. Portugal: Porto Editora. 2. ed. 1995. p. 13-34.

NÓVOA, A. Profissão: Professor. Reflexões históricas e sociológicas. **Análise Psicológica**, v. 7, p. 435-456, 1989.

PAIS, L. C.; FREITAS, J. L. M. Aspectos Históricos do ensino do Cálculo na Instrução Primária Brasileira (1848-1910). **Acta Scientiae**, v.17, n. 4, p. 133-153, 2015.

PINTO, N. B. Saberes para ensinar Cálculo Mental na Escola Primária: programas e manuais pedagógicos em meados do séc. XX. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM

HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., São Mateus, 2016. **Anais [...]**. São Mateus: ENAPHEM, 2016. p. 1-14. Disponível em: <http://www.eventos.ufes.br/enaphem/3enaphem/paper/viewFile/2058/119>. Acesso em: 15 out. 2019.

REY, B. Les compétences professionnelles et le curriculum: des réalités conciliables? *In*: LENOIR, Y.; BOUILLIER-OUDOT, M. H. **Savoirs professionnels et curriculum de formation**. Québec: PUL, 2006.

VALENTE, W. R. A aritmética intuitiva como uma matemática a ensinar, 1870-1920. **Educação Matemática em Revista**, v. 24, n. 61, p. 54-66, jan./mar. 2019.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: Interrogações Metodológicas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 28-49, 2007.

VALENTE, W. R. Os movimentos da matemática na escola: do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática; do ensino de matemática para a Educação Matemática; da Educação Matemática para o Ensino de Matemática? **Pensar a Educação em Revista**, Curitiba/Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 3-23, abr./jun. 2016.

VALENTE, W. R. Processos de Investigação Histórica da Constituição do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n. 3, p. 377-385, maio/jun. 2018.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; PINTO, N. B.; MORAIS, R. S. **A Matemática na Formação de Professores e no Ensino**: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990. Projeto de Pesquisa. São Paulo: FAPESP, 2017. Disponível em: <http://bv.fapesp.br/pt/auxilios/98879/a-matematica-na-formacao-de-professores-e-no-ensino-processos-e-dinamicas-de-producao-de-um-saber-p/?q=17/15751-2>. Acesso em: 1 mar. 2019.